Syllabus

Electrostatics

Electrostatics :-

Gauss's law (4.21), Gauss's law in Differential form (4.22), Gauss's law and Coulomb's law (4.23), Force on the Surface of a charged Conductor (4.25), Electrostatics Energy in the medium surrounding the charged conductor(4.26), Millikan's Oil Drop Method for Determination of Electronic Charge (4.29) - Related Examples & Problem

Steady Current :- - Current and Current density (8.6) , Conservation of charge i.e., Continuity Equation (8.8), Ohm's Law at a point (8.11), Wiedmann and franz law (8.13), The Relaxation Time (8.14) - Related Examples & Problem

Basic Reference :-

Electricity and magnetism By K.K .Tewari (S. Chand & Company Ltd)

Other Reference :-

1. Electricity and magnetism By Mahajan and Rangwala

2. Electricity and magnetism – Berkley Physics Course Vol- II

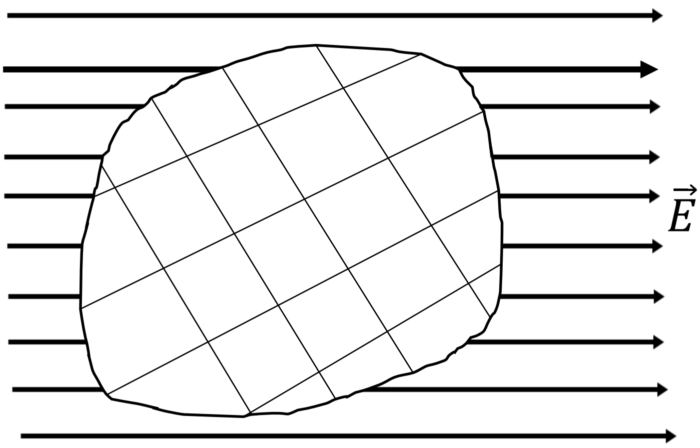
અનુક્રમણિકા

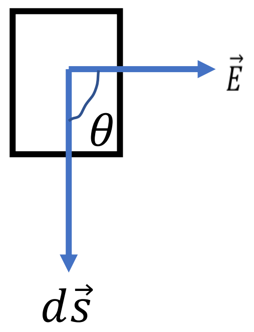
Chapter – 1

સ્થિત વિધુત (Electrostatic)

1.1પ્રસ્તાવના (Introduction):

આ પ્રકરણને સમજવા માટે પ્રથમ ફલકસ ને સમજવુ પડે, અને તે માટે ફલકસને સમજતા પહેલા વિધુતક્ષેત્રને સમજીએ.નીચે આકૃતિમાં દર્શાવ્યા મુજબ એક બંધ સપાટીને વિધુતક્ષેત્રમાં ધારો. આ ધારેલ બંધ સપાટીને નાના સુક્ષ્મ ખંડોમાં વિભાજીત ધારો. આ દરેક ખંડ સુક્ષ્મ હોવાથી તે દરેક ખંડ સમતલીય અને તેની સમાન વિજક્ષેત્ર સંકળાયેલ હોય તેમ સ્વીકારી શકાય.





દરેક સૂક્ષ્મખંડની સપાટીના ક્ષેત્રફળને $d\vec{s}$ વડે રજુ કરી, બધાજ ખંડોનું ક્ષેત્રફળ સમાન મૂલ્યનું અને તેની દિશા તેના પર દોરેલા લંબની દિશામાં લઇ શકાય. $\vec{E}$ એ વિધુત ક્ષેત્રનો સદિશ છે. જે દરેક ખંડ સપાટી સાથે ચોક્ક્સ દિશામાં સંકળાય છે. આમ, દરેક ખંડ સાથે સંકળતા વિધુતક્ષેત્રનો સદિશ $\vec{E}$ અને ખંડ સદિશ $d\vec{s}$ વચ્ચેના અદિશ ગુણાકારને જે તે ખંડ સપાટી સાથે સંકળાયેલ ફલક્સ કહે છે. એટલે કે $d\emptyset = \vec{E}\, d\vec{s}$. જેથી સમગ્ર બંધ સપાટી સાથે સંકળાયેલ કુલ ફલક્સ $d\emptyset = \vec{E}\, d\vec{s}$

$\emptyset = \oint \vec{E}\, d\vec{s}$

જો $\vec{E}$ અને $d\vec{s}$ વચ્ચેનો કોણ θ હોય તો

$d\emptyset = \vec{E}\, d\vec{s} = E\, ds \cos\theta$

$\therefore\ \ \emptyset = \oint d\emptyset = \oint E\, ds\, cos\theta$

$\therefore\ \emptyset = E\, cos\theta \oint ds = E\, cos\theta\, A\ (\because\ \oint ds = A)$

$\therefore\ \emptyset = E\, A\, cos\theta$

વિધુતક્ષેત્રનું ફલક્સ અથવા વિધુત ફલક્સ માપવા માટે કોઇપણ સપાટી સાથે સંકળાતી બળ રેખાઓની સંખ્યા નક્કી કરાય છે. જ્યારે ક્ષેત્રીય બળ રેખાઓ સપાટીથી બહારની તરફ હોય ત્યારે ફલક્સ ધન ગણાય છે. જ્યારે બળરેખાઓ જે તે સપાટીમાં પ્રવેશતી દિશામાં હોય ત્યારે ફલક્સ ઋણ અને જ્યારે સપાટીમાં બહાર આવતી અને અંદર પ્રવેશતી ક્ષેત્રીય બળ રેખાઓ સમાન હોય ત્યારે તે સપાટી સાથે સંકળાયેલ ફલક્સ શૂન્ય ગણાય છે.

1.2.ગૉસનો નિયમ (Gauss's Law):

હકીકતમાં ગૉસનોનિયમ કુલંબના નિયમમાં બદલાયો છે. કુલંબના નિયમથી આપણે વિધુતભાર $\vec{E}$ નું ગણતરી કરી શકીએ છીએ.પરંતુ ગૉસનો નિયમ ચોક્સાઇપૂર્વક એમ નથી જાણતો કે વિધુતભાર થી $\vec{E}$ ને જાણી શકાય. ગૉસનો નિયમ $\vec{E}$ અને તેના સ્રોત વચ્ચેનો જોડાણ આપે છે પણ વ્યસ્તના વર્ગના પદ ને નહીં.દા.ત. $\vec{E}$ એ $1/_{r^2}$ ના પર આધાર રાખે છે પરંતુ તે અલગ રીતે.

ગૉસના નિયમ નું વિધાન : " કોઇ પણ બંધ પૃષ્ઠ સાથે સંકળાયેલ ચોખ્ખું વિધુત ફલક્સ $\vec{E}$, $\oint \vec{E}\cdot\overrightarrow{ds}$ એ બંધ પૃષ્ઠ વડે ઘેરાયેલા કુલ વિધુતભારનું $\frac{1}{\epsilon_0}$ ગણું હોય છે". અને જો ફલક્સ $\vec{E}$ નો વિધુતભાર બંધ સપાટી માં નથી તો દા.ત. $\oint \vec{E}\cdot\overrightarrow{ds}$ શૂન્ય થાય છે.

માટે આપણે લખતાં,

$$\left.\begin{aligned} &\oint \vec{E}\cdot\overrightarrow{ds} = \frac{q}{\epsilon_0}\ \ , q \text{ પૃષ્ઠની અંદર હોય અથવા } \epsilon_0 \oint \vec{E}\cdot\overrightarrow{ds} = q \\ &\text{અથવા} \oint \vec{E}\cdot\overrightarrow{ds} = 0, q \text{ પૃષ્ઠની બહાર હોય અથવા } \epsilon_0 \oint \vec{E}\cdot\overrightarrow{ds} = 0 \end{aligned}\right\} \quad ------(1)$$

જ્યાં q એ ચોખ્ખો વિદ્યુતભાર છે જે તેના બીજગણિતની ગણતરી ને ધ્યાનમાં લે છે. આંતરિક વિદ્યુતભારનું ચોક્કસ સ્થાન મૂલ્યને અસર કરતું નથી. કારણ કે વિદ્યુત ફલક્સ સપાટીના કદથી સ્વતંત્ર છે.

ગૉસના નિયમની સમજૂતી: ચાલો બંદૂકની ગોળી ચલાવનાર બંદૂકનો વિચાર કરીએ. ગૉસનો નિયમ કહે છે કે જો કોઇ બંધ પૃષ્ઠની બહાર બંદૂક રાખી ગોળીઓ છોડવામાં આવે તો બંધ પૃષ્ઠમાં દાખલ થતી અને બહાર આવતી ગોળીઓની ચોખ્ખી સંખ્યા શૂન્ય થાય છે. પણ જો બંદૂક બંધ પૃષ્ઠની અંદરના ભાગમાં રાખીએ તો પૃષ્ઠમાંથી બહાર આવતી ગોળીઓની ચોખ્ખી સંખ્યા શૂન્ય ન થાય. અને તે દર દ્વારા આપવામાં આવે છે કે બંદૂક પર ગોળીઓ કેવી રીતે ઉત્પન્ન થાય છે. પરંતુ અહીં આપણને ગુણોતર જેવી કોઇ વસ્તુ મળી નથી. પરંતુ સમી.(1) માં આપવામાં આવેલ ગાણિતીય સંબંધ છે જે એક મૂળભૂત સમીકરણ ઇ.એમ. સિધ્ધાંતનું છે.

ફલક્સ એ એક ઉમેરેલો જથ્થો છે. જો આપણી પાસે પૃષ્ઠ S વડે ઘેરાયેલ વિદ્યુતભારો $q_1, q_2, q_3, \ldots\ldots\ldots q_N$ હોય અને તેમને કારણે ઉદભવતા ક્ષેત્રો $\overrightarrow{E_1}, \overrightarrow{E_2}, \overrightarrow{E_3}, \ldots\ldots.\overrightarrow{E_N}$ વગેરે વડે દર્શાવીએ તો સંપાતપણાના સિધ્ધાંત અનુસાર ,

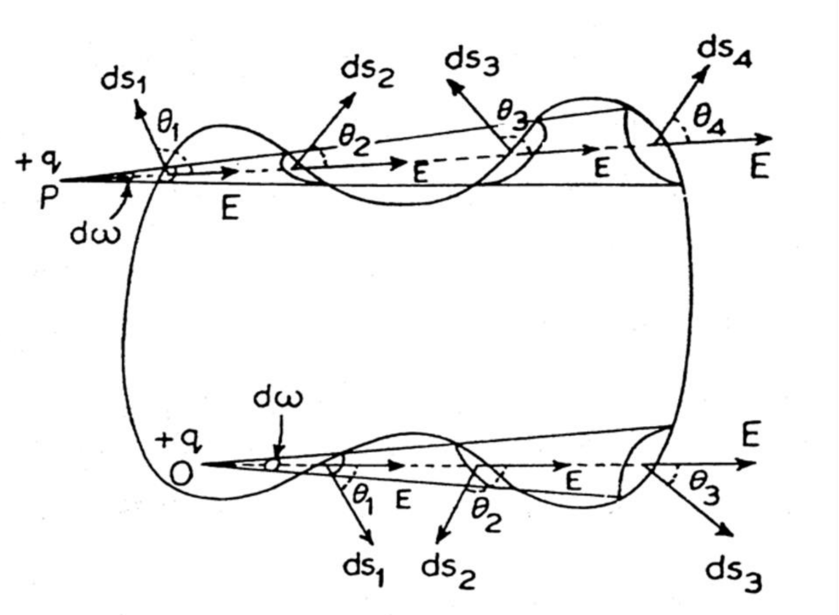
$$\epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot \overrightarrow{dS} = \epsilon_0 \oint \left(\overrightarrow{E_1} + \overrightarrow{E_2} + \cdots \ldots. + \overrightarrow{E_N}\right) \cdot \overrightarrow{dS}$$

$$= (q_1 + q_2 + \cdots \ldots.. + q_N)$$

$$or \quad \epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot \overrightarrow{dS} = Q \qquad -----------(2)$$

જ્યાં Q એ કુલ અથવા સપાટીની અંદરનો ચોખ્ખો વિદ્યુતભાર.

સાબિતી : ચાલો હવે આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે બંધ આકારની સપાટીને ધ્યાનમાં લઇએ.



ધારો કે એક બિદુવત વિધુતભાર q એ O પર છે. એટલે કે સપાટીના અંદર, એક સૂક્ષ્મ શંકુ ઘન કોણ $d\omega$ તૈયાર કરવામાં આવે તો તે પૃષ્ઠને એકી સંખ્યામાં છેદશે. અહીં આ કિસ્સામાં ત્રણ સૂક્ષ્મ છેદખંડો અનુક્રમે $\overrightarrow{dS_1}, \overrightarrow{dS_2}$ અને $\overrightarrow{dS_3}$ વડે દર્શાવ્યા છે. આકૃતિમાં $\overrightarrow{dS_2}$ એ $\overrightarrow{dS_1}$ અને $\overrightarrow{dS_3}$ ની વિરૂધ્ધ છે. આકૃતિમાં ઘનકોણની દિશામાં વિધુતક્ષેત્ર $\vec{E}$ પણ દર્શાવેલ છે. છેદખંડોના સદિશો વિધુતક્ષેત્ર સાથે જ કોણો θ_1, θ_2 અને θ_3 બનાવે છે.જે આકૃતિમાં દર્શાવ્યા છે.હવે ગણતરી કરતાં,

$$\emptyset_E = \oint \vec{E} \cdot \overrightarrow{dS} = \oint \overrightarrow{E_1} \cdot \overrightarrow{dS_1} + \oint \overrightarrow{E_2} \cdot \overrightarrow{dS_2} + \oint \overrightarrow{E_3} \cdot \overrightarrow{dS_3}$$

જ્યાં વિધુતક્ષેત્રો $\overrightarrow{E_1}, \overrightarrow{E_2}$ અને $\overrightarrow{E_3}$ એ સપાટી $\overrightarrow{dS_1}, \overrightarrow{dS_2}$ અને $\overrightarrow{dS_3}$ ને r_1, r_2 અને r_3 અંતરે રહેલા છે.

આમ, આપણે મેળવતાં,

$$\emptyset_E = \oint \vec{E} \cdot \overrightarrow{dS} = \oint \frac{qdS_1 cos\theta_1}{4\pi\epsilon_0 r_1^2} - \oint \frac{qdS_2\, cos\theta_2}{4\pi\epsilon_0\, r_2^2} + \oint \frac{qdS_3 cos\theta_3}{4\pi\epsilon_0\, r_3^2}$$

$$or \quad \oint \vec{E} \cdot \overrightarrow{dS} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \oint_S \left[\frac{dS_1\, cos\theta_1}{r_1^2} - \frac{dS_2 \cos\theta_2}{r_2^2} + \frac{dS_3 \cos\theta_3}{r_3^2}\right]$$

$\frac{dS\, cos\theta}{r^2}$ એ ઘન કોણ $d\omega$ છે.તેને અનુરૂપ કિંમતો આપણે મેળવીએ તો,

$\oint \vec{E} \cdot \overrightarrow{dS} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \oint [d\omega - d\omega + d\omega]$ થાય કારણ કે સપાટીમાં ઘન કોણ સરખા હોય છે.

માટે , $\oint \vec{E} \cdot \overrightarrow{dS} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \oint d\omega = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{4\pi r^2}{r^2} = \frac{q}{\epsilon_0}$

$or \ \oint \vec{E} \cdot \overrightarrow{dS} = \frac{q}{\epsilon_0}$

$or \quad \epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot \overrightarrow{dS} = q$

$or \ \oint \vec{D} \cdot \overrightarrow{dS} = q$ જ્યાં $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}$ $\quad ---------(3)$

આજ રીતે કોઇ પૃષ્ઠની સપાટીનું બહારના કોઇ બિંદુ P માટે પૃષ્ઠ સંકલન લેવામાં આવેતો, નીચે પ્રમાણે મળેશે.

$$\oint \vec{E} \cdot \overrightarrow{dS} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \oint_s [-d\omega + d\omega - d\omega + d\omega\,]$$

$$= 0$$

જે ગૉસનો નિયમ સાબિત થાય છે.

તેથી સાબિત થાય છે કે અંદરની તરફનો ફ્લક્સ અને બહારની તરફનો ફલક્સ (ચોખ્ખો ફલકસ શૂન્ય) બરાબર છે. બીજા શબ્દોમાં કહીએ તો, દાખલ થતી ફલક્સની બળ સંખ્યા મળતી સંખ્યા જેટલી જ અપેક્ષિત (અચળ) હતી કારણ કે સપાટી ચાર્જ થયેલ નથી. આપણે જોઇએ છીએ કે પ્રકૃતિ આંતરક્રિયા તે વ્યસ્તના વર્ગ અને સુપરપોઝિશનના સિધ્ધાંત પર આધારિત છે. ગૉસનો નિયમ એ સ્થિતવિદ્યુતશાસ્ત્ર(ઇલેક્ટ્રોસ્ટેટિક્સ) નો મૂળભૂત પ્રમેય છે. તે વ્યસ્તના વર્ગના નિયમ (કુલંબના નિયમ) ની નજીકનું પરિણામ છે.આમ, જો $\vec{D}$ બિંદુવત વિધુતભાર માટે $1/_{r^2}$ ની જેમ બદલાતું નથી તો સપાટીને સમાવતું કુલ ફલક્સ તે વિધુતભારને બરાબર ન થાય.

સ્થિતવિધુતક્ષેત્ર માટે ગૉસનો નિયમ સમી.(3) દ્વારા સમજાવી શકાય. કોઇ પણ બંધ સપાટી પર વિદ્યુત ફલક્સ ઘનતા $\vec{D}$ ના સામાન્ય ઘટકની સપાટીના અભિન્ન ભાગ બંધ વિધુતભારની બરાબર હોય છે.ગૉસના નિયમનું આ નિવેદન તર્કસંગત MKS પધ્ધતિમાં લાગુ પડે છે. સામાન્ય રીતે ગૉસનો નિયમ જણાવે છે કે બંધ સપાટી પરના વિધુત ફલકસ ઘનતા સામાન્ય ઘટકના પૃષ્ઠ સંકલન એ બંધ વિધુતભાર (અથવા વિધુતભાર ગણી શકાય તેટલું જ સમાન છે.આ તર્કસંગત MKS પધ્ધતિમાં સમાન છે.)

1.3.વિકલનના સ્વરૂપમાં ગૉસનો નિયમ (Gauss's Law in Differential Form):

જ્યારે વિદ્યુતભારનું કદ પર વિતરણ કરવામાં આવે છે જેમ કે વિદ્યુતભારની ઘનતા ρ છે. જો બંધ પૃષ્ઠમાં વિદ્યુતભાર ઘનતા (એકમ કદ દીઠ વિદ્યુતભાર) હોય તો કદ ખંડ dV માં વિદ્યુતભાર હોય $\rho\, dV$. કુલ ઘેરાયેલ વિદ્યુતભાર

$$q = \int_v \rho\, dV \qquad ----------(4)$$

આ મૂલ્યને ગૉસના $\epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot \overrightarrow{ds} = q$ નિયમ માં ઉમેરતાં,

$$\epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot \overrightarrow{ds} = \int_v \rho\, dV$$

હવે ડાયવર્જન પ્રમેય મુજબ (કોઇ પણ સદિશનું પૃષ્ઠ સંકલન એ તે સદિશના ડાયવર્જનના તે પૃષ્ઠ વડે ઘેરાતા કદ પરના કદ સંકલન જેટલું હોય છે.), પૃષ્ઠસંકલન ને કદ સંકલનમાં ફેરવતાં,

$$\int_S \vec{E} \cdot \overrightarrow{dS} = \int_V (\nabla \cdot \vec{E}) dV = \int_V div\, \overrightarrow{E}\, dV$$

તેથી,

$$\epsilon_0 \int_V div\, \overrightarrow{E}\, dV = \int_v \rho\, dV$$

હવે કોઇ પણ યાદચ્છિક કદ માટે આ પરિણામ સાચું હોવાથી બંને બાજુના સંકલન સમાન હોવાં જોઇએ.

માટે,
$$\left.\begin{aligned} div\, \vec{E} &= \frac{\rho}{\epsilon_0} \\ or\ \vec{\nabla} \cdot \vec{E} &= \frac{\rho}{\epsilon_0} \end{aligned}\right\} \qquad -----------(5)$$

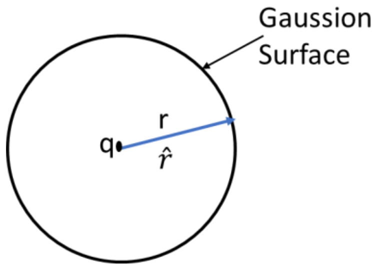
શૂન્યાવકાશ માટે, $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}$

$$\left.\begin{aligned} div\, \vec{D} &= \rho \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{D} &= \rho \end{aligned}\right\} \qquad -----------(6)$$

જ્યાં $\vec{D}$ ને સ્થાનાંતરીય સદિશ(displacement vector) કહે છે.

સમી.(5) એ ગૉસના નિયમનું વિકલન સ્વરૂપ છે જે વિદ્યુતક્ષેત્રનું ડાયવર્જન તેના બિંદુવત વિદ્યુતભારને સરખું છે. સમી.(5) એ સ્થિતવિદ્યુતશાસ્ત્રમાં મહત્વનું સમી. છે.ભૌમિતિક રીતે આપણે કહી શકીયે કે વિદ્યુત ફલક્સ $\vec{E}$ એ વિદ્યુતભાર ના વિદ્યુતક્ષેત્ર અથવા વિદ્યુતભારની ઘનતા પર આધાર રાખે છે.

1.4. ગૉસનો નિયમ અને કુલંબનો નિયમ (Gauss's Law and Coulomb's Law):



આકૃતિમાં બતાવ્યા પ્રમાણે $+q$ વિદ્યુતભાર કેન્દ્રમાં રાખી એક r ત્રિજ્યાનું ગાઉસિયન પૃષ્ઠ ધારો.આ સ્થિતિમાં વિદ્યુતક્ષેત્ર સદિશ $\vec{E}$ પૃષ્ઠ પરના દરેક બિંદુએ લંબ બનશે એટલે કે જે તે બિંદુએ $\vec{E}$ અને પૃષ્ઠ ક્ષેત્રફળ $\vec{A}$ એકબીજાને સમાતર થાય.

$$\vec{E} \cdot dS = EdS$$

$$\epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot \overrightarrow{dS} = \epsilon_0 \oint EdS = q \ from\ Gauss's\ Law$$

પૃષ્ઠ પરના બધાજ બિંદુઓ પાસે ક્ષેત્ર E સમાન(અચળ) મૂલ્યનું છે.

$$\epsilon_0 \ E \oint dS = q$$

$$\epsilon_0 \ E\, 4\pi r^2 = q$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$$

$$or \quad \vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \ \hat{r}$$

જો ગોળાની સપાટી પર q_0 જેટલો બિંદુવત વિદ્યુતભાર કોઇ પણ બિંદુએ મૂક્યો હોય તો q અને q_0 વચ્ચે લાગતું પરસ્પર બળ

$$\vec{F} = \vec{E}\, q_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q q_0}{r^2} \ \hat{r}$$

આ ચોક્કસપણે કુલંબનો નિયમ છે. ગોસનો નિયમ એ વિદ્યુતચુંબકીયની થીયરીનું મૂળભૂત સમીકરણ છે. માટે વિદ્યુતચુંબકીય થીયરીમાં ગૉસના નિયમનું મૂળભૂત સ્વરૂપ એ જ કુલંબ બળના નિયમ જેવું જ છે. અહીં થી નક્કી કરી શકાય કે કુલંબના નિયમ થી ગૉસનો નિયમ સમપ્રમાણતા છે.

$\epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot \overrightarrow{dS} = q$ એ ગૉસના નિયમનું સાદું સ્વરૂપ છે જે કુલંબના નિયમમાં $\frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ ને પ્રમાણસર રજૂઆત કરે છે.

1.5. વિધુતભારીત સુવાહક પૃષ્ઠ પર બળ(Force on the Surface of a Charged Conductor):

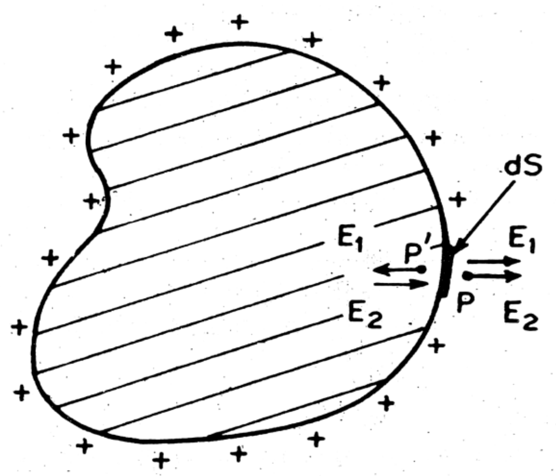
પહેલાના ઉદાહરણ આપણે ગણતરી કરી કે બિંદુવત વિધુતક્ષેત્રની તીવ્રતા E કોઇ એક બિદુએ બંધ હોય છે પણ $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$ ને બહારની તરફ હોય છે.

આકૃતિ પ્રમાણે P બિદું પાસે પૃષ્ઠ ખંડ $\overrightarrow{dS}$ ધ્યાનમાં લઇએ તો P પાસેનું વિધુતક્ષેત્ર $\vec{E}$ નીચેના બે વિધુતભારોને કારણે છે.

1. બિદુંP ની સાપેક્ષમાં E_1 નો વિધુતભાર ઘણો જ ઓછો છે.

2.બાકીના પૃષ્ઠ પરના વિધુતભારને કારણે E_2 છે.

$E = E_1 + E_2$ −−−−−−−−−−−−−−(7)



ફરીથી અહીં બિદું P' એ સુવાહક સપાટીની અંદરની તરફ આકૃતિમાં દર્શાવેલ છે. વિધુતભારીત વિધુતક્ષેત્ર ખૂબ જ નાનું છે કેમ કે પૃષ્ઠ ખંડ dS થી બિદું P' વિપરીત છે. એટલે કે $-E_1$ વિધુતક્ષેત્ર નો વિધુતભાર અસમર્થ છે. જેમ કે E_2 . માટે જ્યારે બિદું P' સુવાહક સપાટીની અંદર હોય છે ત્યારે P' પાસે પરિણામી ક્ષેત્ર $E_2 - E_1$ હમેશાં શૂન્ય હોય છે.

$$E_2 - E_1 = 0$$

$or \quad E_2 = E_1$

આ કિંમત સમી.(7) માં મૂકતાં,

$$E_1 = E_2 = \frac{E}{2} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\ N/Coul$$

પરંતુ , $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$

જ્યાં એ વિજભારની પૃષ્ઠ ઘનતા છે. હવે જો પૃષ્ઠ પરનો P બિદું પરનો વિજભાર જો $\sigma\, dS$ થાય તો કુલ બાકીની સપાટી પર વિજભાર અનુભવાય.

$$F = \sigma\, dS\, E_2$$

કારણ કે E_2 વિજભારને લીધે તે ક્ષેત્ર છે. માટે,

$F = \sigma\, dS\, E_2 = \frac{\sigma^2\, dS}{2\epsilon_0}$ (E_2 ની કિંમત મૂકતાં)

અથવા $F = \frac{\sigma^2\, dS}{2\epsilon_0}\ Newton$

એકમ ક્ષેત્રફળ પર લાગતું બળ એટલે દબાણ,

$$P = \frac{\sigma^2}{2\epsilon_0} \cdot \frac{dS}{dS} = \frac{\sigma^2}{2\epsilon_0}\ \frac{Newton}{meter^2} \qquad ----------(8)$$

પરંતુ, $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$

માટે, $\sigma = \epsilon_0\ E$

સમી.(8) ને સાદુરૂપ આપી તેમાં ઉમેરતાં,

$$P = \frac{\epsilon_0^2\, E^2}{2\epsilon_0} = \epsilon_0\ \frac{E^2}{2}\ \frac{Newton}{meter^2} \qquad -------------(9)$$

આ બળ બાહ્ય સપાટીની તરફ દોરવામાં આવે છે. આ પરથી કહી શકાય કે વિધુતભારીત પૃષ્ઠ હમેશાં ખેંચાણ બળ અનુભવે છે. અથવા સ્થિત વિધુતકીય દબાણ તેના પર લાગે છે.

યાંત્રિક બળની સમજૂતી (Demonstration of Mechanical Force):

સપાટીના તણાવને લીધે ત્રિજ્યા r ના સાબુ પરપોટાની અંદર દબાણની તણાવ T દ્વારા આપવામાં આવે છે.

$$P = \frac{4T}{r}$$

જ્યારે પરપોટાને q વિજભાર આપવામાં આવે છે ત્યારે તે વિજભાર સપાટીની ઘનતા σ આપવામાં આવે છે.

$$\sigma = \frac{q}{4\pi r^2}$$

આ પરપોટાના પૃષ્ઠને વિધુતભારીત કરતાં બહારની તરફ ઉદભવતું યાંત્રિક દબાણ, (સમી.(૪) પરથી)

$$\frac{\sigma^2}{2\epsilon_0}$$

આ વધારાના વિજદબાણના લીધે પરપોટો વિસ્તાર પામે છે. જેની અંદરની બાજુનું દબાણ ઘટે છે. હવે જો તે દબાણ હોય તો પરપોટા પરનું કુલ દબાણ

$$P' + \frac{\sigma^2}{2\epsilon_0}$$

દબાણની સમતુલન સ્થિતિમાં ,

$P' + \frac{\sigma^2}{2\epsilon_0} = \frac{4T}{r'}$ જ્યાં નવી ત્રિજ્યા છે.

$\sigma = \frac{q}{4\pi r'^2}$ મૂકતાં

$$\therefore \; P' = \frac{4T}{r'} - \frac{\sigma^2}{2\epsilon_0} = \frac{4T}{r'} - \left(\frac{q}{4\pi r'^2}\right)^2 \left(\frac{1}{2\epsilon_0}\right)$$

$$\therefore \; P' = \frac{4T}{r'} - \frac{q^2}{32\pi^2\epsilon_0 r'^4}$$

$$P' = \frac{4}{r'}\left[T - \frac{q^2}{128\pi^2\epsilon_0 r'^3}\right] \quad ---------- (10)$$

“સાબુના દ્રાવણના પરપોટાને વિધુતભારિત કરતાં સાબુના દ્રાવણના પૃષ્ઠતાણમાં ઘટાડો થાય છે અને પરપોટાની ત્રિજ્યામાં વધારો થાય છે.”

ત્રિજ્યામાં થતો વધારો (The increase in radius due to expansion) ની ગણતરી નીચે મુજબ છે.

જો સાબુના પરપોટામાં હવાનું દળ ચોક્કસ હોય તો આપણે બોઇલનો નિયમ ઉપયોગ કરતાં,

$$PV = K = constant$$

$$or \;\; P \propto \frac{1}{V} \;\; or \; P \propto \frac{1}{r'^3}$$

$\therefore P = \frac{K}{r'^3}$

$\frac{dP}{dr'} = \frac{3K}{r'^4} = \frac{3}{r'} \cdot \frac{K}{r'^3}$

$\frac{dP}{dr'} = -\frac{3P}{r'} \quad or \quad dr' = -\left(\frac{r'}{3P}\right) dP --------(11)$

$-dP$ બહારની તરફનું વધેલું દબાણ દર્શાવે છે. અને તે સમી.(10) પરથી નીચે મુજબ લખી શકાય.

$-dP = \frac{q^2}{32\pi^2 \epsilon_0 r'^4}$

$\therefore \ dr' = \frac{r'}{3P} \ \frac{q^2}{32\pi^2 \epsilon_0 r'^4}$

$= \frac{q^2}{96\pi^2 \epsilon_0 P r'^3} \qquad -----------(12)$

ખાસ કિસ્સો (Special Case):

પરપોટાની સમતુલન સ્થિતિમાં અંદરના દબાણ અને બહારના દબાણની સરખામણી કરતાં,

અંદરનું દબાણ = બહારનું દબાણ

$4T - \frac{q^2}{32\pi^2 \epsilon_0 r'^4} = 0$

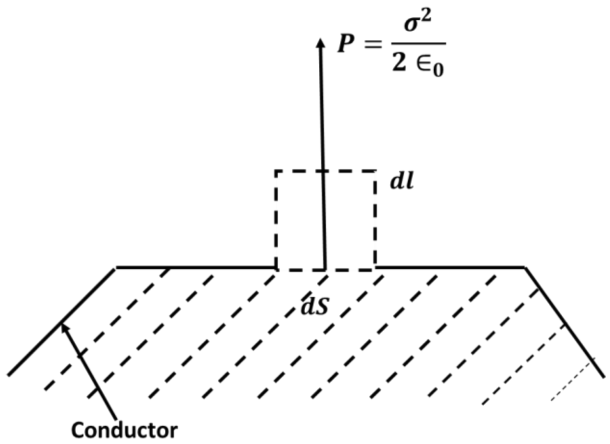
$\therefore \ q = 8\pi r' \sqrt{2 \epsilon_0 T r'} \qquad ------------(13)$

જે પરપોટાના પૃષ્ઠ પરનો વિધુતભાર છે.

1.6.વિધુતભારીત સુવાહક પૃષ્ઠ દ્વારા ઘેરાયેલ માધ્યમમાં સ્થિત વિધુત ઉર્જા

(Electrostatic Energy in the Medium Surrounding the Charged Conductor):

કોઇ પણ સુવાહક પર વિધુતભાર સંગ્રહતા ઉર્જા સંગ્રહ થાય છે , તે ફેરાડેના નિયમ પરથી કહી શકાય છે. અહીં ઉદભવતા વિધુતક્ષેત્રની અસર થાય છે. જેથી પૃષ્ઠ દ્વારા ઉદભવ ક્ષેત્ર અંદરના માધ્યમમાં ઉર્જા સ્વરૂપે મળે છે. એકમ ક્ષેત્રફળ પર બહારની તરફ મળતું દબાણ બળ



$P = \in_0 \frac{E^2}{2} \frac{Newton}{meter^2}$

તેથી સૂક્ષ્મખંડ પર મળતું દબાણબળ

$F = PdS = \in_0 \frac{E^2}{2} dS \; Newtons$

જો પૃષ્ઠ પર બળની દિશામાં dl જેટલા અંતર સુધી પૃષ્ઠ ખંડને ખસેડવામાં આવે તો (આકૃતિ મુજબ)જરૂરી કાર્ય,

કાર્ય = બળ × અંતર

$W = F \times dl = \in_0 \frac{E^2}{2} dS \, dl$

$\therefore W = \frac{1}{2} \in_0 E^2 dS \cdot dl \quad joules$

આ કાર્ય માધ્યમમાં ઉર્જા સ્વરૂપે સંગ્રહાય છે.

કદનો ફેરફાર= $dS \, dl$

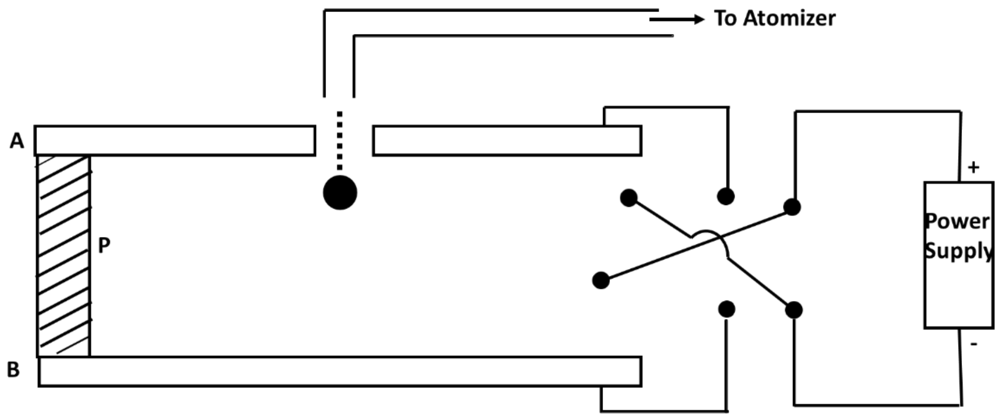
તેથી એકમ કદમાં સંગ્રહાતી ઉર્જા = $U = \in_0 \frac{E^2}{2} \; joul/meter^3$

1.7. ઓઇલ ડ્રોપ પધ્ધતિ દ્વારા ઇલેકટ્રોનનો વિધુતભાર શોધવાનો મીલિકનનો પ્રયોગ

(Millikan's Oil Drop Method for Determination of Electronic Charge):

ઇલેકટ્રોન વિધુતભારનો પ્રાથમિક એકમ છે. ઇલેકટ્રોનનો વિધુતભાર નક્કી કરવાનો સૌ પ્રથમ ઇ.સ. 1898માં જે.જે. થોમસન દ્વારા કરવામાં આવ્યો હતો. જેમાં તેણે એચ. એ. વીલસન દ્વારા સુવિકસીત કરેલી C.T.R. Wilson અને Jater ની પધ્ધતિનો ઉપયોગ કર્યો. ઇ.સ. 1990 માં આર.એ.મીલિકન એ

ઇલેકટ્રોનના વિદ્યુતભારના પ્રકારની સાથે સાથે તેનું ચોક્કસ મૂલ્ય પણ શોધ્યું ઇલેકટ્રોનનો વિદ્યુતભાર ગણવા માટે મીલિકને એક સાદો પ્રયોગ આપ્યો. તે માટેના સાધનને નીચે આકૃતિમાં દર્શાવેલ છે.



આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે બે ધાતુની પ્લેટો A અને B એકબીજાને સ્પર્શે નહીં તે રીતે એબોનોઇડ અથવા કાચના ટુકડા (P) ના આધારે અમુક અંતરે (cm) એકબીજા પર ગોઠવવામાં આવે છે. આ બંને પ્લેટ વચ્ચે વિદ્યુતસ્થિતિમાન પેદા કરવા માટે તેની સાથે પાવર સપ્લાય જોડવામાં આવે છે. પ્લેટો વચ્ચે ઉદભવતા વિદ્યુતક્ષેત્રની દિશા બદલવા માટે પાવર સપ્લાયને રીબર્સીબલ સ્વીચ દ્વારા જોડવામાં આવે છે. ઉપરની પ્લેટ Aના મધ્યમાં એક સૂક્ષ્મ કાણું હોય છે. જેના દ્વારા ઓઇલ પંપ (an atomizer) થી ચીકાશ વગરનું (non volatile) ઓઇલ પ્લેટો વચ્ચે સ્પ્રે કરી શકાય છે. સ્પ્રે પંપની નોઝલ સાથેના ઘર્ષણથી આ ઓઇલ બુંદો વિદ્યુતભારિત થાય છે. આ વિદ્યુતભારિત ઓઇલ બુંદ પ્લેટો વચ્ચે પ્રવેશે તે દરમ્યાન પાવર સપ્લાય દ્વારા A અને B પ્લેટો વચ્ચે વિજક્ષેત્ર પેદા કરવામાં આવે છે.

હવે આ સ્થિતિમાં પ્લેટો વચ્ચે એકબાજુથી પ્રકાશ કિરણ દાખલ કરવામાં અવે છે અને બીજી બાજુ (સામેની બાજુ)થી માઇક્રોસ્કોપની મદદથી બુંદનું નિરીક્ષણ કરવામાં આવે છે. આ ઓઇલ બુંદો સૂક્ષ્મ ટમટમતા તારા જેવા ચળકતા દેખાય છે. આ ચળકતા બુંદો તેમના વજનના કારણે નીચેની તરફ ચોક્કસ વેગથી પડતા દેખાય છે. અને તે દરમ્યાન તેના પર સ્નિગ્ધતા બળ(viscous force) અને ખુશમિજાજી બળ(buoyant force) લાગતા હોય છે. માઇક્રોસ્કોપનો આઇપીસ માઇક્રોમીટર સ્કેલવાળો

હોય છે, જેના ક્રોસતાર વડે ચોક્કસ બુંદ દ્વારા કપાયેલ અંતર જાણી શકાય છે. અહીં જ્યારે વિધુતક્ષેત્ર ગેરહાજર હોય છે ત્યારે બુંદ ફક્ત ગુરુત્વીય બળની અસર નીચે જ ગતિ કરે છે. જ્યારે વિજક્ષેત્ર લાગુ પાડવામાં આવે ત્યારે બુંદ પર લાગતું પરિણામી બળ

$F = en\,E - mg ----------- (14)$

જ્યારે વિજક્ષેત્ર E ગેરહાજર હોય ત્યારે બિંદુઓ ગુરુત્વીય અસર નીચે જ હોય અને તે નીચે તરફ જાય ત્યારે

$F = mg \quad ----------- (15)$

સ્ટોક્સના નિયમ મુજબ a ત્રિજ્યાના v જેટલા વેગથી η શ્યાનતા ગુણાંક ધરાવતા માધ્યમમાં પડતાં બુદ પર લાગતું શ્યાનતા બળ હોય તો,

$F = 6\,\pi\,\eta\,a\,v \quad ----------- (16)$

બિંદુના વેગ v ને ટર્મીનલ વેગ (અંતિમ વેગ) કહે છે. વિધુતક્ષેત્રની હાજરીમાં મળતું અસરકારક પરિણામી બળ અને ગુરુત્વીય બળ સાથે લેતાં,

$en\,E - mg = 6\,\pi\,\eta\,a\,v \quad ---------- (17)$

જ્યારે વિધુતક્ષેત્ર બંધ થાય ત્યારે ટર્મીનલ વેગ v_0 થાય તે સમયે,

$mg = 6\,\pi\,\eta\,a\,v_0 \quad --------- (18)$

સમી.(17) અને (18) ને ઉમેરતાં,

$en\,E = 6\,\pi\,\eta\,a\,(v + v_0) \quad -------- (19)$

સમી. (19) ને (18) વડે ભાગતાં,

$$\frac{en\,E}{mg} = \frac{v+v_0}{v}$$

$$\therefore \quad ne = \frac{mg}{E}\left[\frac{v+v_0}{v}\right] \quad ---------- (20)$$

જો ρ_d અને ρ_a એ અનુક્રમે ઓઇલ અને પ્લેટ વચ્ચેના હવાના માધ્યમની ઘનતા હોય તો બુંદનું વજન ,

$$mg = \frac{4}{3}\,\pi\,a^3(\rho_d - \rho_a)g$$

સમી. (18) માંથી a ની કિંમત ઉમેરતાં,

$$mg = \frac{4}{3}\pi\left[\frac{mg}{6\pi\eta v_0}\right]^3 (\rho_d - \rho_a)g$$

$$or \qquad mg = \frac{(6\pi\eta v_0)^{3/2}}{\left[\frac{4}{3}\pi(\rho_d-\rho_a)g\right]^{1/2}}$$

સમી. (20) માં mg ની કિંમત મૂકતાં,

$$ne = \frac{(6\pi\eta v_0)^{3/2}}{\left[\frac{4}{3}\pi(\rho_d-\rho_a)g\right]^{1/2} E}\frac{v+v_0}{v}$$

v અને v_0 ની ગણતરી કરી બુંદ પરના ne નું મૂલ્ય શોધવામાં આવે છે. વિદ્યુતક્ષેત્ર $E = v/d$ જ્યાં v = પ્લેટ વચ્ચેનો વિદ્યુતસ્થિતિમાનનો તફાવત અને d એ પ્લેટો વચ્ચેનું અંતર છે.

સ્ટોપવૉચથી બુંદની ગતિનો સમય માપી વેગ મેળવવામાં આવે છે. જેમાં માઇક્રોસ્કોપના માઇક્રોમીટર સ્કેલ દ્વારા કપાતું અંતર મપાય છે. મીલિકને હજારો બુંદ પરનો વિદ્યુતભાર માપ્યો અને નક્કી કર્યુ કે બુંદ પરનો કુલ વિદ્યુતભાર કોઇ ચોક્કસ સંકલિત ગુણાંકમાં જ હોય છે તેના આધારે તેને ઇલેક્ટ્રોન પરનો વિદ્યુતભાર શોધ્યો. જેનું મૂલ્ય $e = 1.60207 \times 10^{-19}$ કુલંબ છે.

1.8. ઉદાહરણો (Examples):

1.કોઇ ચોક્ક્સ અવકાશીય કદમાં 5000 ક્ષેત્રીય બળ રેખાઓ પ્રવેશે છે અને 3000 બળ રેખાઓ છૂટી જાય તો તેમાં રહેલ કુલ વિદ્યુતભાર ગણો.

ધારો કે અવકાશીય કદ v છે.

તેથી v કદમાંથી બહાર નીકળતું ફલકસ = 3000 – 5000 = −2000 બળ રેખાઓ

તેથી એકમ કદ દીઠ ફલકસ = $-2000/V$

આ ફલકસ વિજક્ષેત્રનું ડાયવર્જન રજૂ કરે છે.

$$div\,\vec{E} = -\frac{2000}{V}$$

ગૉસના નિયમ મુજબ $div\,\vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$, જ્યાં ρ = કદ વિજભાર ઘનતા છે.

જો કુલ વિદ્યુતભાર Q હોય તો $\rho = \frac{Q}{V}$

$$div\,\vec{E} = \frac{Q}{\epsilon_0 V}$$

$\frac{Q}{\epsilon_0 V} = -\frac{2000}{V}$ or $Q = -2000 \epsilon_0$

$\therefore Q = -2000 \times 8.85 \times 10^{-12}\, Coulb$

$\therefore Q = -1.77 \times 10^{-8}\, Coulb$

2. એક બંધ પૃષ્ઠમાં 1000 વિદ્યુતક્ષેત્ર રેખાઓ દાખલ થાય છે. અને 750 ક્ષેત્ર રેખાઓ પૃષ્ઠમાંથી બહાર આવે છે. તો આ પૃષ્ઠ વડે ઘેરાતો વિદ્યુતભાર કેટલો હશે ?

ધારો કે અવકાશીય કદ v છે.

તેથી v કદમાંથી બહાર નીકળતું ફ્લકસ = -1000 – 750 = –250 બળ રેખાઓ

તેથી એકમ કદ દીઠ ફ્લકસ = $-250/V$

આ ફ્લકસ વિજક્ષેત્રનું ડાયવર્જન રજૂ કરે છે.

$div\,\vec{E} = -\frac{250}{V}$

ગૉસના નિયમ મુજબ $div\,\vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$, જ્યાં ρ = કદ વિજભાર ઘનતા છે.

જો કુલ વિદ્યુતભાર Q હોય તો $\rho = \frac{Q}{V}$

$div\,\vec{E} = \frac{Q}{\epsilon_0 V}$

$\frac{Q}{\epsilon_0 V} = -\frac{250}{V}$ or $Q = -250 \epsilon_0$

$\therefore Q = -250 \times 8.85 \times 10^{-12}\, Coulb$

$\therefore Q = -2212.5 \times 10^{-12}\, Coulb$

$\therefore Q = -2.21 \times 10^{-9}\, Coulb$

$\therefore Q = -2.21\, nCoulb$

3. 0.02m ની ત્રિજ્યા ધરાવતો સાબુનો પરપોટો છે. આ પરપોટા પર કેટલું સ્થિતિમાન લાગુ પાડવુ પડે કે જેથી પરપોટાનું અંદરનું અને બહારનું દબણ સમતુલીત થાય ?

જ્યારે $\rho = 0$ ત્યારે,

$q = 8\pi\mu\sqrt{2\,\epsilon_0\, Tr}$

અંતરે વિદ્યુતભાર દ્વારા મળતું સ્થિતિમાન,

$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$

$V = 2\sqrt{\frac{2Tr}{\epsilon_0}} = 2 \times \sqrt{\frac{2\times 24\times 10^{-3}\times 0.02}{8.85\times 10^{-12}}} = 20.840\, Volts$

4. સાબુના દ્રાવણના એક પરપોટાને વિદ્યુતભારીત કરવામાં આવ્યો છે. તેની ત્રિજ્યા 0.04 સેમી. છે. સાબુના દ્રાવણનું પૃષ્ઠતાણ $T = 24 \times 10^{-3}\, Nm$ છે. આ સ્થિતિમાં હવે એવું જાણવા મળે છે કે પરપોટાની અંદર અને બહારના દબાણ સમાન છે. તો પરપોટા પર કેટલો વિદ્યુતભાર મૂક્યો હશે?

પરપોટાની અંદર અને બહારના દબાણ સમાન=$P_1' = P_0$

$$T = \frac{q^2}{128\pi^2 \epsilon_0 r'^3}$$

$$\therefore\ q = \sqrt{128\pi^2\ \epsilon_0\ r'^3 T}$$

$$q = \sqrt{128 \times (3.14)^2 \times 8.85 \times 10^{-12} \times (0.04)^3 \times 24 \times 10^{-3}}$$

$$q = \sqrt{17155515 \times 10^{-12} \times 10^{-6} \times 10^{-3}}$$

$$q = \sqrt{1.7 \times 10^{-14}}$$

$$q = 1.3 \times 10^{-7}\ C$$

$$q = 13\mu C$$

5.મૂળ ત્રિજ્યા કરતાં બમણી ત્રિજ્યાનો સાબુનો પરપોટો મેળવવા માટે જરૂરી વિદ્યુતભારની ગણતરી કરો.

ધારો કે એક સાબુના પરપોટાની શરૂઆતની ત્રિજ્યા r છે. જો વાતાવરણનું દબાણ A હોય અને પરપોટાની સપાટી પર પૃષ્ઠતાણ T જેટલું હોય તો પરપોટાની અંદરનું દબાણ

$$p = A + \frac{4T}{r} \qquad ---------(1)$$

જ્યાં p પરીણામી દબાણ છે. હવે $2r$ ત્રિજ્યાનો પરપોટો બનાવવા સપાટી પર ધારો કે q વિદ્યુતભાર પ્રસ્થાપિત કરવો પડે છે. જેથી બહારની તરફ એકમ ક્ષેત્રફળ દીઠ ઉદભવતું બળ

$$= \frac{\sigma^2}{2\epsilon_0} \quad where\ \sigma = \frac{q}{4\pi(2r)^2}$$

$$= \frac{q^2}{2\epsilon_0 \times 16\pi^2 \times 16 r^4}$$

$$= \frac{q^2}{512\ \epsilon_0 \pi^2 r^4}$$

આ સ્થિતિમાં પરપોટાની અકંદરનું દબાણ

$$= A + \frac{4T}{2r} - \frac{q^2}{512\ \epsilon_0 \pi^2 r^4}$$

જ્યારે પરપોટાની ત્રિજ્યા વધતી વધતી ડબલ થાય છે. ત્યારે તેનું કદ 8 ગણું થાય છે. જેથી દબાણ 8 મા ભાગનું થાય.

$\frac{p}{8} = A + \frac{4T}{2r} - \frac{q^2}{512\epsilon_0\pi^2r^4}$

સમી. (1)માંથી p ની કિંમત મૂકતાં,

$\frac{4T}{2r} = 8A + \frac{16T}{r} - \frac{q^2}{64\epsilon_0\pi^2r^4}$

$\therefore \ 7A + \frac{12T}{r} = \frac{q^2}{64\epsilon_0\pi^2r^4}$

$\therefore \ q^2 = 64\ \epsilon_0\ \pi^2r^4\left(7A + \frac{12T}{r}\right)$

$\therefore \ q^2 = 64\ \epsilon_0\ \pi^2r^4(7Ar + 12T)$

$\therefore q = 8\ [\epsilon_0\ \pi^2r^4(7Ar + 12T)]^{1/2}$

જે બમણી ત્રિજ્યાનો પરપોટો બનાવવા માટે સપાટી પર પ્રસ્થાપિત કરવો પડતો વિદ્યુતભાર છે.

6. $\boldsymbol{R}$ ત્રિજ્યાની એક પાતળી વિદ્યુતભારીત કવચના વિદ્યુતક્ષેત્રમાં સંગ્રહિત કુલ ઊર્જા શોધો. કવચ પર $\boldsymbol{q}$ જેટલો વિદ્યુતભાર નિયમિત રીતે પથરાયેલ છે.

$W = \frac{\epsilon_0}{2}\int E^2\, d\tau$ (અનંત અવકાશ પર)

હવે કવચની અંદર વિદ્યુતક્ષેત્ર $\vec{E} = 0$ છે અને કવચની બહાર $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\ \frac{q}{r^2}$ છે.

$\therefore \ W = \frac{\epsilon_0}{2}\int \frac{1}{16\pi^2\epsilon_0^2}\ \frac{q^2}{r^4}\ r^2dr\ sin\theta\ d\theta\ d\emptyset$

$= \frac{\epsilon_0 q^2 4\pi}{32\pi^2\epsilon_0^2}\int_R^\infty \frac{1}{r^2}dr$

$= \frac{(4\pi)\,(\epsilon_0 q^2)}{32\pi^2\epsilon_0^2}\left[-\frac{1}{r}\right]_R^\infty$

$= \frac{(4\pi)\,(\epsilon_0 q^2)}{32\pi^2\epsilon_0^2}\cdot\frac{1}{r}$

$= \frac{q}{8\pi\epsilon_0 R}$

7.10 cm ત્રિજ્યાના સામાન્ય સ્થિતિના સાબુના પરપોટા પર $\boldsymbol{20\,esu}$ જેટલો વિદ્યુતભાર પ્રસ્થાપીત કરતાં પરપોટાના કદના ફેરફારથી મળતી નવી ત્રિજ્ય શોધો. (વાતાવરણનું દબાણ $\boldsymbol{10^6}$ ડાઇન/સેમી.^{2})

સમાન્ય ત્રિજ્યા= $r = 10\ cm = 0.1\ m$

પ્રસ્થાપિત કરવામાં આવતો વિદ્યુતભાર $q = 20\, esu = \frac{20}{3\times10^9}$ કુલંબ $= 6.6 \times 10^{-9}$કુલંબ

(1 કુલંબ $= 3 \times 10^9\, esu$)

વાતાવરણનું દબાણ 10^6 $\frac{\text{ડાઇન}}{\text{સેમી.}^2} = 10^7 \frac{N}{M^2} = [\because 1N = 10^5$ડાઇન]

ત્રિજ્યાનો ફેરફાર નીચેના સમી.થી ગણી શકાય. $dr = \frac{q^2}{96\epsilon_0 \pi^2 \rho r^4}$

$\therefore\ dr = \frac{(6.6\times10^{-9})^2}{96\times8.85\times10^{-12}\times(3.14)^2\times10^5\times(0.1)^3} = 52 \times 10^{-12} meter = 52 \times 10^{-10} cm$

8. સાબિત કરો કે હાઇડ્રોજન પરમાણુમાં 5.3×10^{-11}દૂર રહેલા ઇલેકટ્રોન અને પ્રોટોન માટે ઇલેક્ટ્રોસ્ટેટીક(સ્થિતવિદ્યુતકીય) બળની સરખામણીએ તેમની વચ્ચે ઉદભવતું ગુરુત્વાકર્ષણ બળ અવગણ્ય છે. ($K = 9 \times 10^9\, MKS$)

કુલંબના નિયમ મુજબ ઇલેકટ્રોન અને પ્રોટોન વચ્ચે ઉભવતું ઇલેકટ્રોસ્ટેટીક બળ

$F_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_e q_p}{r^2} = k \frac{q_e q_p}{r^2}$

$= 9 \times 10^9\ \frac{1.6\times10^{-19}}{5.3\times10^{-11}} = 8.2 \times 10^{-8}\, N$

ગુરુત્વાકર્ષણ બળના નિયમ મુજબ $F_g = G\ \frac{m_e m_p}{r^2}$

$\therefore\ F_g = 6.7 \times\ 10^{-11}\ \frac{(9.1\times10^{-31})(1.67\times10^{-27})}{5.3\times10^{-11}}$

$\therefore\ F_g = 9 \times 10^9\ \frac{1.6\times10^{-19}}{5.3\times10^{-11}} = 3.69 \times 10^{-4} N$

$F_g << F_e$ એટલે કે F_g એ F_e કરતાં 39 ગણું નાનું છે. જેથી ઇલેક્ટ્રોસ્ટેટીક બળ F_e ની સરખામણીએ ગુરુત્વાકર્ષી બળ F_g અવગણ્ય છે.

9.મીલીકનના ઓઇલ ડ્રોપ પ્રયોગમાં $1\, cm$ દૂર રહેલી બે પ્લેટો વચ્ચે આવતા એક ઓઇલ બુંદની ત્રિજ્યા $10^{-4} cm$ અને ઓઇલ બુંદ પર $5e$ જેટલો ચાર્જ હોય તો બે પ્લેટો વચ્ચેના વિદ્યુતસ્થિતિમાનનો તફાવત શોધો. (ઓઇલ બુંદની ઘનતા $1.5\, gm/cm^3$ છે.)

પ્લેટ વચ્ચે પડતા ઓઇલ બુંદની સામાન્ય સ્થિતિમાં શ્યાનતા બળ શૂન્ય હોય અને વજન બળ બુંદ પર વિજક્ષેત્ર દ્વારા લાગતા બળથી સમતોલાય છે.

ધારો કે પ્લેટો વચ્ચે વિજસ્થિતિમાનનો તફાવત V છે.

$qE = mg$ અથવા $\frac{dV}{d} = \frac{4}{3}\pi r^3(\rho - \sigma)g$

વિધુતભાર $q = 5e = 5 \times 1.6 \times 10^{-19}$ કુલંબ

પ્લેટો વચ્ચેનું અંતર $d = 1\ cm = 0.01m, \quad \rho = 1.5 \times 10^3 kg/m^3$

ત્રિજ્યા $r = 10^{-4} cm = 10^{-6} m$, $\delta =$ હવાની ઘનતા

અહીં ઓઇલની ઘનતાની સાપેક્ષ હવાની ઘનતા અવગણવામાં આવે છે.

$V = \frac{0.01}{5\times1.6\times10^{-19}} \times \frac{4}{3} \times 3.14 \times (10^{-6})^3 \times 1.5 \times 10^3 \times 9.8 = 770\ volts$

10.મિલિકનના એક પ્રયોગમાં એક ટીપાની ગતિ માટે અન્ય પ્રયોગો પરથી મેળવેલ અચળાંક K નું મૂલ્ય $3.2 \times 10^{-11} MKS$ એકમ અને લાગુ પાડેલ વીજક્ષેત્ર $20000\ \frac{V}{m}$ હોય ત્યારે ટીપાનો ઉર્ધ્વ દિશામાંનો અચળ વેગ 0.08 $\frac{\text{સેમી.}}{\text{સે}}$ જણાય છે. આ વિસ્તારમાં X – કિરણો પસાર કરતાં ટીપાનો ઉર્ધ્વ દિશામાંનો અચળ વેગ 0.11 સેમી./સે જણાય છે તો X કિરણોને લીધે થયેલા આયનીકરણથી ટીપાએ મેળવેલો વધારાનો વિધુતભાર શોધો. તે પ્રાથમિક વિધુતભાર કરતાં કેટલા ગણો છે ?

અહીં અચળાંક $K = 3.2 \times 10^{-11} MKS$, વીજક્ષેત્ર $E = 20000\ \frac{V}{m}$

વેગ $v_1 = 0.08$ $\frac{\text{સેમી.}}{\text{સે}}$, વેગ $v_2 = 0.11$ $\frac{\text{સેમી.}}{\text{સે}}$, $v_2 - v_1 = 0.03 \frac{cm}{s} = 0.03 \times 10^{-2}\ m/s$

$q_n = \frac{K}{E}(v_2 - v_1)$

$= \frac{3.2\times10^{-11}}{20000}(0.03 \times 10^{-2}) = 4.8 \times 10^{-19}$કુલંબ

$\frac{q_n}{e} = \frac{4.8\times10^{-19}}{1.6\times10^{-19}} = 3$

તે પ્રાથમિક વિધુતભાર કરતાં 3 ગણો હશે.

11. મિલિકનના એક પ્રયોગમાં એક ટીપાની ત્રિજ્યા 0.5×10^{-4}સેમી. તેની ઘનતા 900કિગ્રા./મી.^{3} છે.જો હવાની ઘનતા 1.3કિગ્રા./મી.^{3} હોય અને આ ટીપાને બે પ્લેટ વચ્ચે હવામાં સ્થિર રાખવા માટે 14400 વોલ્ટ/મીટરનું વિધુતક્ષેત્ર જરૂરી હોય તો ટીપા પર રહેલો વિધુતભાર શોધો.($g = 9.8$ મી./સે.^{2})

અહીં ત્રિજ્યા $r = 0.5 \times 10^{-4}\ cm = 0.5 \times 10^{-6} m$, ઘનતા$\rho = 900 kg/m^3$,હવાની ઘનતા$\rho_0 = 1.3\ kg/m^3$

ટીપાના સમતુલન માટે (સમાસબળ શૂન્ય થાય તેથી)

વજનબળ(અધોદિશા) ↓= ઉત્પ્લાવક બળ (ઉર્ધ્વદિશામાં)↑ + વિધુતબળ (ઉર્ધ્વ દિશામાં)↑ થવું જોઇએ.

$mg = m_0 g + qE$

$\therefore \ q = \frac{g}{E}\,(m - m_0) = \frac{g}{E}\left(\frac{4}{3}\,\pi r^3 \rho - \frac{4}{3}\,\pi r^3 \rho_0\right)$

$\therefore \ q = \frac{4}{3}\left(\frac{4}{3}\,\pi r^3\right)(\rho - \rho_0)$

$= \frac{9.8}{14400}\left(\frac{4}{3}\right)(3.14)(0.5)^4(10^{-18})(898.7)$

$= (0.32)(10^{-18})$

$q = 3.2 \times 10^{-19}$ કુલંબ

12. મિલિકનના પ્રયોગમાં તેલના ટીપા પર $2e$ વિધુતભાર છે. ટીપાનું દ્રવ્યમાન 1.6×10^{-15} કિગ્રા. છે. બે પ્લેટ વચ્ચે વિધુતક્ષેત્ર ન હોય તો તે હવામાં અંતિમ વેગથી નાચે પડે છે. બે પ્લેટ વચ્ચે વિધુતક્ષેત્ર લગાડીને તે જેટલા વેગથી નીચે પડતું હતું તેટલા જ વેગથી તેને ઉર્ધ્વ દિશામાં ગતિ કરતું કરવું છે. તો બે પ્લેટ વચ્ચે કેટલું વિધુતક્ષેત્ર હોવું જોઇએ? (ઉત્પ્લાવક બળ અવગણો.)

ટીપું જ્યારે હવામાં અંતિમ વેગથી નીચે પડતું હોય છે ત્યારે તેને હવાનું શ્યાનતાબળ લાગે છે. આ બળ ઉર્ધ્વ દિશામાં mg જેટલું હોવું જોઇએ.

આ ટીપું આટલી જ ઝડપથી ઉર્ધ્વ દિશામાં ગતિ કરે છે તો પહેલાના જેટલું શ્યાનતાબળ લાગવાનું જ . પરંતુ આ શ્યાનતાબળ અધોદિશામાં હશે. આમ, હવે ટીપા પર ત્રણ બળો લાગે છે.

(1)અધોદિશામાં ટીપાનું વજનબળ ,mg

(2)અધિદિશામાં શ્યાનતાબળ, જે mg જેટલું છે.

(3) ઊર્ધ્વ દિશામાં વિધુતબળ,$2eE$

$\therefore 2eE = mg + mg = 2mg$

$\therefore E = \frac{mg}{e} = \frac{(1.6\times10^{-15})\,(9.8)}{(1.6\times10^{-19})}$

$\therefore E = 9.8 \times 10^4\, volt/meter$

13.1 ચો.મી. ના પાદડા આકારના 4 ગ્રામ સોનાના નાના ટુકડાઓ છે. આમાંથી એક નાનો ટુકડો કાપી ને વાહક તરીકે મૂકવામાં આવે છે. જો ભાગ ને ઉઠાવી લેવામાં આવે ત્યારે વાહકની જરૂરી વિધુતભાર ઘનતાની ગણતરી કરો.

એ વિધુતભાર ઘનતા છે. આ વિધુતભારને કારણે ચોરસ મીટર દીઠ સપાટી પર લાગતું બળ

$= \frac{\sigma^2}{2\epsilon_0}\ Newton/m^2$

ચોરસ મીટર દીઠ વજનના કારણે સોના પર નીચે તરફનું બળ લાગશે.

$= 4 \times 10^{-3} \times 9.8\ Newton/m^2$

ઉઠાવી લઇએ ત્યારે ,

$\frac{\sigma^2}{2\epsilon_0} = 4 \times 10^{-3} \times 9.8$

$or \quad \sigma^2 = 2 \times \epsilon_0 \times 4 \times 10^{-3} \times 9.8$

$or \quad \sigma^2 = 2 \times 8.5 \times 10^{-12} \times 4 \times 10^{-3} \times 9.8$

$or \quad \sigma = 8.2 \times 10^{-10}\ Coul/m^2$

14. ક્યા પ્લેટોની સાથે એકમ ક્ષેત્ર દીઠ બળ શોધો. સમાંતર પ્લેટ વાહકને એકબીજાને આકર્ષિત કરે છે. જો તે 1 મી.મી.થી અલગ પડે છે અને 100 વોલ્ટ સંભવિત તફાવ્ત અને ઇલેકટ્રીક અચળાંક પર જાળવવામાં માધ્ય જરૂરી છે.

એકમ ક્ષેત્ર દીઠ આકર્ષણનું બળ લેતાં,

$F = \frac{\epsilon_0 E^2}{2}\ \frac{Newton}{m^2} \qquad and \quad E = V/d$

$F = \frac{\epsilon_0 V^2}{2d^2} = \frac{8.85 \times 10^{-12} \times 100 \times 100}{2 \times (0.001)^2}\ Newton/m^2$

$= 4.43 \times 10^{-2}\ Newton/m^2$

$= 0.044\ Newton/m^2$

1.9. સ્વાધ્યાય(Exercise)

No.	4 માર્ક્સ(ગુણ) ના પ્રશ્નો.
1	ગૉસનો નિયમ લખો અને સાબિત કરો.
2	1.ઇલેક્ટ્રોનનો વિદ્યુતભાર શોધવાનો મિલિકનનો પ્રયોગ વર્ણવો. 2.મિલિકન ઓઇલડ્રોપ પધ્ધતિ દ્વારા ઇલેક્ટ્રોનનો વિદ્યુતભાર શોધવાના પ્રયોગનું વર્ણન કરો. જરૂરી સમીકરણ મેળવો.
3	1. પૃષ્ઠ પરના વિદ્યુતભારનું સૂત્ર મેળવો. 2.યાંત્રિકબળોની સમજૂતી આપો. પરપોટાના પૃષ્ઠ પરનો વિદ્યુતભારનું સૂત્ર મેળવો.
4	1.વિદ્યુતવાહકના પૃષ્ઠ પરના વિદ્યુતભાર ઘનતા σ છે. સાબિત કરો કે તેના પૃષ્ઠના એકમ ક્ષેત્રફળ પર $\in_0 \frac{E^2}{2}$ જેટલું દબાણ પ્રતિબળ બહાર લાગે છે. 2.વિદ્યુતભારિત વાહક પૃષ્ઠ પરના બળની સમજૂતી આપી $P = \in_0 \frac{E^2}{2}$ સૂત્ર તારવો.

No.	1 માર્ક્સ(ગુણ) ના પ્રશ્નો.	જવાબ
1	વિદ્યુતફ્લકસનો SI એકમ લખો.	
2	q વિદ્યુતભાર એક ઘનના કોઇ એક ખૂણા પર મૂકેલા છે. તો ઘન સાથે સંકલાયેલું વિદ્યુતફ્લક્સ ....હોય. (a) 0 (b) $\frac{q}{6\in_0}$ (c) $\frac{q}{8\in_0}$ (d) $\frac{q}{64\in_0}$	(c)
3	એક પરપોટા પર $20.84\,V$ જેટલું સ્થિતિમાન લાગુ પાડતાં પરપોટાની અંદરનું દબાણ અને બહારનું દબાણ સમાન થાય છે તો પરપોટાની ત્રિજ્યા -------હોય. (a) 2mm (b) 2 cm (c) 2m (d)0.2m	

4	એક બંધ ગોળાની અંદર q અને q વિદ્યુતભાર અને ગોળાની બહાર $2q$ વિદ્યુતભાર હોય તો ગોળા સાથે સંકળાયેલું વિદ્યુતફ્લક્સ ....હોય. (a)0 (b) $\frac{q}{\epsilon_0}$ (c) $\frac{2q}{\epsilon_0}$ (d) $\frac{4q}{\epsilon_0}$	(c)
5	1.એક બિદું પાસે વિદ્યુતક્ષેત્રની તીવ્રતા $4x\hat{\imath} + 3y\hat{\jmath} + 7z\hat{\jmath}$ તો આ બિદું પાસે વિદ્યુતભાર ઘનતા .... હોય. (a)$3 \in_0$ (b)$4 \in_0$ (c) $7 \in_0$ (d) $14 \in_0$	(d)
	2. એક બિદું પાસે વિદ્યુતક્ષેત્રની તીવ્રતા $3x\hat{\imath} + 4y\hat{\jmath} + 5z\hat{\jmath}$ તો આ બિદું પાસે વિદ્યુતભાર ઘનતા .... હોય. (a)$4 \in_0$ (b)$8 \in_0$ (c) $10 \in_0$ (d) $12 \in_0$	(d)
6	વિદ્યુતક્ષેત્રમાં મૂકેલા પૃષ્ઠમાંથી ક્ષેત્ર રેખાઓ બહાર આવતી હોય તો સંકળાયેલ ફલકસ કેવું હોય ? (a)શૂન્ય (b)અનંત (c)ધન (d)ઋણ	(c)
7	ગૉસના નિયમનું વિકલિત સ્વરૂપ દર્શાવો.	$div\vec{D} = \rho$ or $\nabla\vec{D} = \rho$
8	સાબુના દ્રાવણના પરપોટાને વિદ્યુતભારિત કરતાં સપાટીનું પૃષ્ઠતાણ .... (a)વધે (b)ઘટે (c)વધ-ઘટ થાય (d)કોઇ ફેર ન પડે	(b)
9	સાબુના પરપોટને વિદ્યુતભારિત કરતાં .... (a)સપાટીનું પૃષ્ઠતાણ ઘટે (b)પૃષ્ઠતાણમાં કોઇ ફેર પડતો નથી (c)પરપોટાની ત્રિજ્યા ઘટે (d)પરપોટાની ત્રિજ્યામાં કોઇ ફેર પડતો નથી.	(a)
10	પૃષ્ઠતાણનો એકમ ....છે. (a)ન્યૂટન (b)ન્યૂટન.મીટર (c)ન્યૂટન/મીટર (d)ન્યૂટન/મીટર^2	(b)
11	વાહકતાનો એકમ લખો.	

12 વિદ્યુતભાર એક ઘનતા એકબાજુના મધ્યબિંદુએ મૂકેલા હોય તો આ ઘનતા એક પૃષ્ઠ સાથે સંકળાયેલું ફ્લકસ .... હોય.

13 એક બંધપૃષ્ઠ માં 500 વિદ્યુતક્ષેત્ર રેખાઓ દાખલ થાય છે અને 200 વિદ્યુતક્ષેત્ર રેખાઓ પૃષ્ઠમાંથી બહાર આવે છે.તો આ પૃષ્ઠ વડે ઘેરાતો વિદ્યુતભાર ....થાય.

14 ઇલેક્ટ્રોનનો ચોક્કસ વિજભાર કોણે શોધ્યો ? આર.એ. મિલિકન

15 એક વિસ્તારમાં ત્રિજ્યાવર્તી તંત્ર $E = Ar$ વડે આપવામાં આવે છે. જો ત્રિજ્યાના ગોળાનું કેન્દ્ર યામાક્ષ પધ્ધતિના કેન્દ્ર પર હોય તો આ ગોળામાં રહેલો વિદ્યુતભાર ....હશે. $Q = 4\pi\varepsilon_0 Ar^3$

16 કોઇ બિંદુ પાસે વિદ્યુતપ્રવાહ ઘનતા $4x\hat{i} + 6y\hat{j} + 8z\hat{k}\ \frac{A}{m^2}$ વડે આપવામાં આવે છે. આ બિંદુ પાસે વિદ્યુતપ્રવાહ ઘનતામાં થતા સમય સાથેના ફેરફારના દરનું મૂલ્ય ....હશે. $18 \in_0$

17 ડાયવર્જન્સ નિયમ ક્યારે લાગુ પાડી શકાય ?

18 કોઇ પણ સપાટી સાથે સંકળાયેલ ફલકસ શું રજુ કરે છે ? (c)

(a)વિદ્યુતક્ષેત્ર (b)ચુબંકીયક્ષેત્ર (c)ક્ષેત્ર રેખાઓની સંખ્યા(d) ક્ષેત્રફળ

19 વિદ્યુતક્ષેત્રમાં મૂકેલા પૃષ્ઠ સાથે સંકળાયેલ ફલકસ $\emptyset = ----$ (a)

(a)$\int \vec{E} \cdot \overrightarrow{da}$ (b) $\int \vec{E} \cdot \overrightarrow{dl}$ (c)$\int \vec{E}\, dV$ (d) ∇E

20 ગૉસનો નિયમ .... નિયમનું સ્વરૂપ છે. (d)

(a)એમ્પિયર (b) ફેરાડે (c)બાયો સાવર્ટ (d) કુલંબ

21 વિદ્યુતક્ષેત્રમાં મૂકેલા પૃષ્ઠમાંથી ફક્ત ક્ષેત્ર રેખાઓ બહાર આવતી હોય તો તેની સાથે સંકળાયેલ ફલકસ કેવું હોય ? (a)

(a)ધન (b) ઋણ (c) શૂન્ય (d) અનંત

22 વિધુતક્ષેત્રમાં મૂકેલા પૃષ્ઠ સાથે ફ્લકસ ક્યારે શૂન્ય થાય ? (c)

(a)ફકત બળ રેખાઓ પૃષ્ઠમાંથી બહાર નીકળતી હોય.

(b)ફકત બળ રેખાઓ પૃષ્ઠમાંથી પ્રવેશતી હોય.

(c)જેટલી બળ રેખાઓ બહાર નીકળે તેટલી પૃષ્ઠમાં પ્રવેશતી હોય.

(d)એક પણ નહીં.

23 ગૉસના નિયમનું વિકલિત સ્વરૂપ ....છે. (a)

(a)$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$ (b)$curl\,\vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$ (c)$\nabla^2\vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$ (d)$\nabla\emptyset = \frac{\rho}{\epsilon_0}$

24 કોઇ વિધેયના પૃષ્ઠ સંકલન પરથી તે વિધેયને તે જ પૃષ્ઠ સાથે સંકળતા કદ સાથે કદ સંકલનને .... પ્રમેયથી લઇ શકાય. (b)

(a)સ્ટોક પ્રમેય (b) ડાયવર્જન્સ પ્રમેય (c)ગૉસનો પ્રમેય (d) લાપ્લાસ પ્રમેય

25 σ પૃષ્ઠ વિધુતભાર ઘનતા ધરાવતા પૃષ્ઠ પર વિધુતભારોના લીધે ....દબાણ ઉદભવે છે. (c)

(a) $\frac{\sigma}{\epsilon_0}$ (b) σds (c) $\frac{\sigma^2}{2\epsilon_0}$ (d)$\int \sigma ds$

26 મિલિકન ઓઇલ ડ્રોપ પધ્ધતિમાં વપરાતું ઓઇલ કેવું હોય છે ? (c)

(a)વધુ ચીકાસવાળું (b)ઓછા ચીકાસવાળું (c)ચીકાસ વગરનું

(d) એકપણ નહીં

27 ઓઇલ ડ્રોપ પધ્ધતિના પ્રયોગમાં રીવર્સીઅબલ સ્વીચ વાળું પાવર સપ્લાય કેમ પ્લેટો વચ્ચે જોડાય છે. (b)

(a)ઓઇલ ડ્રોપનું દળ બદલવા (b)પ્લેટો વચ્ચે વિજક્ષેત્રની દિશા બદલવા

(c)ઓઇલ ડ્રોપ પરનો વિધુતભાર બદલવા (d) એકપણ નહીં

28 એક પાતળી અવાહક સપાટી પર વિધુતભાર ઘનતા σ છે. આ સપાટી નજીક વિધુતક્ષેત્ર .... હશે. (c)

(a)$\frac{2\sigma}{\epsilon_0}$ (b) $\frac{\sigma}{\epsilon_0}$ (c) $\frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ (d) $\frac{3\sigma}{2\epsilon_0}$

29 અનંત પરિમાણવાળા એક ધાતુના પતરા પર વિદ્યુત પૃષ્ઠ ઘનતા છે. તો આ પરતાથી લંબ અંતરે વિદ્યુતક્ષેત્ર ....હશે. (b)

(a)$\frac{\sigma}{2\pi r\epsilon_0}$ (b) $\frac{\sigma}{\epsilon_0}$ (c) $\frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ (d) $\frac{\sigma}{4\pi\epsilon_0}$

30 q વિદ્યુતભાર એક ઘનના કેન્દ્ર પર મૂકેલા છે. તો ઘન સાથે સંકલાયેલું વિદ્યુતફ્લક્સ ....હોય.(A 'q' charge place on any angle of cube the electric flux related to the cube--------) (c)

(a)$\frac{q}{\epsilon_0}$ (b) $\frac{6q}{\epsilon_0}$ (c) $\frac{q}{6\epsilon_0}$ (d) $\frac{q}{4\pi\epsilon_0}$

31 કોઇ ઇલેકટ્રિક માધ્યમ માટે ડાયઇલેકટ્રીક અચળાંકના રૂપમાં ગૉસનો નિયમ ....પ્રમાણે લખાય. (c)

(a) $\nabla\cdot\frac{\vec{E}}{K}=\varrho$ (b) $\nabla\cdot\vec{D}=K\varrho$ (c)$\epsilon_0\, K\nabla\cdot\vec{E}=\varrho$ (d)ઉપરનામાંથી એકપણ નહીં

32 વિદ્યુતભારિત વાહકના પૃષ્ઠ પર બહાર તરફ લાગતું દબાણ .....હોય છે. (a) $\frac{\sigma^2}{2\epsilon_0}$ (b) $\frac{\sigma}{\epsilon_0^2}$ (c) $\frac{\sigma^2}{\epsilon_0}$ (d)$\epsilon_0\,\sigma^2$ (a)

33 સાબુના દ્રાવણના પરપોટાને વિદ્યુતભારીત કરતાં તેની ત્રિજ્યામાં થતો વધારો dr નીચેના સૂત્ર વડે અપાય છે. $dr=\frac{q^2}{96\epsilon_0\sigma^2 Pr^3}$ આ સૂત્રમાં P એ .... (a)

(a)પરપોટાનું અંદરનું દબાણ છે. (b) પરપોટાની બહારનું દબાણ છે.

(c)પરપોટાની અંદર અને બહારના દબાણનો તફાવત છે.

(d)વિદ્યુતભાર વડે ઉદભવતું વધારાનું દબાણ છે.

34 એક કાપેલો ગોળો વિદ્યુતભારિત કરેલો છે. વિદ્યુતભાર પૃષ્ઠ ઘનતા σછે. તો P અને Q પાસે (જે સંમિત બિંદુઓ છે) વિદ્યુતક્ષેત્ર ....હોય. (a)

(a)$\frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ (b) $\frac{\sigma^2}{2\epsilon_0}$ (c) $\frac{\sigma}{\epsilon_0}$ $2\sigma \epsilon_0$

35 જો ગોળો પૂર્ણ કરી સંપૂર્ણ વિદ્યુતભારીત કરવામાં આવે તો P પાસે વિદ્યુતક્ષેત્રની ઉર્જા ઘનતા........હોય. (b)

(a)$\frac{\sigma^2}{2\epsilon_0^2}$ (b) $\frac{\sigma^2}{2\epsilon_0}$ (c) $\frac{\epsilon_0^2 \sigma}{2}$ (d) $\frac{\epsilon_0 \sigma^2}{2}$

36 બે પ્લેટો વચ્ચે વિદ્યુતસ્થિતિમાનનો તફાવત V છે. આ બે પ્લેટો વચ્ચેની હવામાંથી $-q$ વિદ્યુતભાર ધરાવતું એક તેલનું ટીપું અચળ વેગથી ગતિ કરે છે. જો ટીપાનો વેગ v હોય, ટીપાનું દળ m હોય અને શ્યાનતાબળ kv હોય તો ટીપાની ગતિનું સમીકરણ ....છે. (a)

(a)$qV + m_0 g = mg + kv$ (b)$(m - m_0)g = qv$

(c) $kV = m_0 g + mg + qv$ (d)ઉપરનાં બધાં સમીકરણો ખોટાં છે.

37 સાબુના દ્રાવણના પરપોટા પર ઋણ વિદ્યુતભાર મૂકવામાં આવે તો ..... (a)

(a)તેની ત્રિજ્યા વધે. (b)તેની ત્રિજ્યા ઘટે. (c)તેની ત્રિજ્યામાં ફેરફાર ન થાય.

(d) તે સંપૂર્ણપણે સંકોચાઇને નાનું ટીપું બની જાય.

38 $+\sigma$ અને $-\sigma$ વિદ્યુતભાર પૃષ્ઠ ઘનતા ધરાવતી બે પ્લેટો વચ્ચે વિદ્યુતભાર મૂકતાં તેના પર લાગતું બળ F છે. જો એક પ્લેટને દૂર કરીએ તો વિદ્યુતભાર પર લાગતું બળ .... (c)

(a)2F (b) શૂન્ય (c) F/2 (d) અનંત

39 જો કોઇ બંધ સપાટીમાં દાખલ થતું અને બહાર આવતું વિદ્યુત ફલકસ અનુક્રમે $\emptyset_1$ અને $\emptyset_2$ હોય તો આ સપાટી વડે ઘેરાતો વિદ્યુતભાર.... હશે. (a)

(a)$(\emptyset_2 - \emptyset_1)\ \epsilon_0$ (b) $\frac{(\emptyset_1+\emptyset_2)}{\epsilon_0}$ (c) $(\emptyset_1 - \emptyset_2)\ \epsilon_0$ (d) $\frac{(\emptyset_2-\emptyset_1)}{\epsilon_0}$

40 જો σ એ કોઇ વાહક સપાટી પરની ક્ષેત્રીય વિદ્યુત ઘનતા હોય તો $\frac{\sigma^2}{\epsilon_0}$ ના એકમ ....ના હોય. (b)

(a)બળ (b) દબાણ (c)પૃષ્ઠતાણ (d) શ્યાનતા ગુણાંક

No. 3 માર્ક્સ(ગુણ) ના પ્રશ્નો.

1 વિદ્યુતફલક્સ માટે $\emptyset = EAcos\theta$ સૂત્ર તારવો.

2 સાબુના દ્રાવણના પરપોટાની ત્રિજ્યા ચારગણી કરવા માતે તેના પર કેટલો વિદ્યુતભાર મૂકવો જોઇએ ?

3 $r\ cm$ ત્રિજ્યાની એક પાતળી વિદ્યુતભાર કવચના વિદ્યુતક્ષેત્રમાં સંગ્રહિત કુલ ઉર્જા શોધો. કવચ પર $2q$ જેટલો વિદ્યુતભાર નિયમિત રીતે પથરાયેલા છે.

4 ગૉસ અને કુલંબના નિયમની સરખામણી કરો.

5 મૂળ ત્રિજ્યા કરતાં બમણી ત્રિજ્યાનો સાબુના દ્રાવણનો પરપોટો મેળવવા માટે પરપોટાને આપવા પડતા વિદ્યુતભારની ગણતરી કરો

No. 2 માર્ક્સ(ગુણ) ના પ્રશ્નો.

1 +6 અને +6 વિદ્યુતભાર પૃષ્ઠ ઘનતા ધરાવતી બે પ્લેટો વચ્ચે q વિદ્યુતભાર મૂકતાં તેના પર લાગતું બળ અને એક પ્લેટ દૂર કરતાં વિદ્યુતભાર પર લાગતા બળનો ગુણોતર શું મળે?

2 વિદ્યુતફલકસ અંગે ગૉસનો નિયમ લખો

3 મિલિકનના પ્રવાહીબિંદુના પ્રવેગ દરમ્યાન બુંદ પર ક્યા બળો લાગે છે?

Chapter-2

સ્થિર પ્રવાહો(Steady Current)

2.1 વિધુતપ્રવાહ(Electric Current)

વિધુતપ્રવાહનો ઉદભવ વિધુતભારોની ગતિને લીધે થાય છે. વિધુતપ્રવાહનું મૂલ્ય વાહકના કોઇ પણ આડછેદમાંથી એકમ સમયમાં પસાર થતા વિધુતભારના જથ્થા પરથી આપવામાં આવે છે.

ચોક્કસ આડછેદમાંથી એકમ સમયમાં પસાર થતો વિધુતભારનો જથ્થો વિધુતપ્રવાહ આપે છે.

$$i = \frac{q}{t} \quad -------(1)$$

એકમ:- RMKS (SI) એકમ પધ્ધતિમાં વિધુતપ્રવાહનો એકમ એમ્પીયર છે. **વિધુતપ્રવાહ અદિશ રાશિ છે. જેને કુલંબ/સેકન્ડ** થી પણ દર્શાવાય છે.

$$1\,\text{એમ્પીયર} = \frac{1\,\text{કુલંબ}}{1\,\text{સેકન્ડ}}$$

સમીકરણ (1) પ્રમાણે વિધુતપ્રવાહ સમયની સાથે અચળ છે. જો સમયની સાપેક્ષ આડછેદમાં પસાર થતા વિધુતભારનો જથ્થો બદલાતો હોય તો વિધુતપ્રવાહ અચળ ન રહે.

$$i = \frac{dq}{dt} \quad --------(2)$$

2.2 વિધુતપ્રવાહ ઘનતા (Current Density):

જુદા જુદા વાહકોમાં વિધુતપ્રવાહ જુદો જુદો મળે છે. જે વિધુતપ્રવાહ i એ વાહકોની એક લાક્ષણિકતા રજૂ કરે છે.વિધુતપ્રવાહ i એ દળ,કદ અને અંતર ની જેમ સ્થૂળરાશિ છે.વિધુતપ્રવાહ ઘનતાને $\vec{J}$ સંજ્ઞાથી દર્શાવાય છે. જે સદિશ રાશિ છે. એકમ આડછેદમાંથી પસાર થતા વિધુતપ્રવાહનું માપ વિધુતપ્રવાહ ઘનતા આપે છે. જ્યારે વિધુતપ્રવાહનું વિસ્તરણ અનિશ્ચિત હોય તેવા કિસ્સામાં સરેરાશ ઘનતા લેવામાં આવે છે. તેમ છતાં બિંદુવત વિસ્તારને ધ્યાનમાં રાખી વિધુત પ્રવાહ ઘનતા લઇ શકાય છે.

$$J = \frac{i}{A} \quad ----------(3)$$

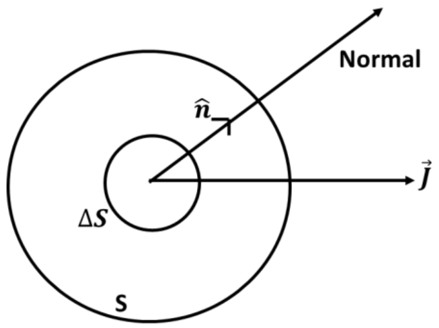
વિધુતપ્રવાહ Δi ને નાના પૃષ્ઠખંડ Δs વડે ગુણોતર લેવામાં આવતાં વિધુત પ્રવાહ મળે.

$$\vec{J} = \lim_{\Delta s \to 0} \frac{\Delta i}{\Delta s} \quad -----------(4)$$

વિધુતપ્રવાહ ઘનતાની વ્યાખ્યા

વિધુતપ્રવાહની દિશામાં વિધુતપ્રવાહની દિશાને લંબ એવા એકમ આડછેદમાંથી એક સેકન્ડમાં પસાર થતા વિધુતભારના જથ્થાને આપેલા બિંદુ પાસે વિધુતપ્રવાહ ઘનતા કહે છે. તે સદિશ રાશિ છે. તેની દિશા વિધુતપ્રવાહની દિશામાં છે.

એકમ વિધુતપ્રવાહ ઘનતાનો એકમ $\frac{\text{એમ્પીયર}}{\text{મીટર}^{૨}}$ અથવા $\frac{\text{કુલંબ}}{\text{સે.મી.}^{૨}}$ છે.



$+Ve$વિજભારોના પ્રવાહથી મળતી વિધુતપ્રવાહ ઘનતા $\vec{J}$, $+Ve$ હોય છે. જ્યારે $-Ve$ વિજભારો અથવા ઇલેકટ્રોનના પ્રવાહથી મળતી વિધુત ઘનતા ઋણ$(-\vec{J})$દિશામાં હોય છે. એટલે કે વિધુતપ્રવાહ ઘનતા ચોકકસ દિશામાં રહેલા એકમ ક્ષેત્રફળના પૃષ્ઠખંડમાંથી એકમ સમયમાં પૃષ્ઠખંડ સાથે ચોક્કસ ખૂણે પસાર થતા વિધુતભારોનો પ્રવાહ છે.

ધારો કે કોઇ વાહકનો એક આડછેદ ધારીએ કે જેનું કુલ ક્ષેત્રફળ A છે. જેનો નાનો પૃષ્ઠખંડ Δs આકૃતિમાં દર્શાવ્યો છે. Δs માંથી પસાર થતો વિધુતભારનો જથ્થો Δq હોય તો વ્યાખ્યા મુજબ,

$\therefore\ \vec{J} = \frac{\Delta i}{\Delta s}\ \hat{n} = \frac{\frac{\Delta q}{\Delta t}\hat{n}}{\Delta s} \quad (\Delta t = 1)$

$\therefore\ \vec{J} = \frac{\Delta q}{\Delta s}\ \hat{n}$

$\therefore\ \Delta q = \vec{J}\,\Delta s\,\hat{n}$ ―――――――――――(5)

જ્યાં $\hat{n}$ એ Δs ની દિશાનો એકમ સદિશ છે.

જેથી આડછેદમાંથી પસાર થતો કુલ વિધુતભાર સંકલનથી મેળવી શકાય છે.

$q = \int_s \vec{J}\, d\vec{s}$ ――――――――――(6)

વ્યાખ્યા મુજબ એકમ સમયમાં આડછેદમાંથી પસાર થતો વિધુતપ્રવાહ

$i = q = \int_s \vec{J}\, d\vec{s}$ --------(7)

2.3 વિદ્યુતભારોનું સંરક્ષણ, સાતત્ય સમીકરણ (Conservation of Charge i.e., Continuity Equation):

વિદ્યુતપ્રવાહ ઘનતા $\vec{J}$ અને વિદ્યુતભાર ઘનતા ρ વચ્ચેના સંબંધ દર્શાવતું સમીકરણ

આપણે જાણીએ છીએ કે વિદ્યુતભાર એ અવિનાશી છે. તેનો નાશ કે ઉદભવ કરી શકાતો નથી એટલે કે તેનુ સંરક્ષણ થાય છે. વિદ્યુતપ્રવાહ i એ કદ v ધરાવતા બંધ પૃષ્ઠખંડ s માંથી બહાર નીકળે છે એટલે તે બંધ પૃષ્ઠનો ચોખ્ખો વિદ્યુતપ્રવાહ કહેવાય. તેમ ચોખ્ખો વિદ્યુતભાર પણ પૃષ્ઠમાંથી પસાર થાય છે.

સમયની સાપેક્ષે વિદ્યુતભારનો ઘટાડો થતો હોય છે તેને વિજભાર સંરક્ષણનો નિયમ કહે છે.

$i = \int_s \vec{J}\cdot\hat{n}\, d\vec{s} = -\frac{d}{dt}(Q_{in})$ ----------(8)

જ્યાં Q_{in} જે તે આડછેદના પૃષ્ઠમાં સમાયેલ વિદ્યુતભાર છે. પરંતુ,

$Q_{in} = \int_v \rho\, dV$

માટે, $i = \int_s \vec{J}\cdot\hat{n}\, d\vec{s} = -\frac{d}{dt}\int_v \rho\, dV$

ડાયવર્જન્સના પ્રમેયનો ઉપયોગ કરતાં ,

કોઇ સદિશના ડાયવર્જન્સનું કદ સંકલન બરાબર તે જે સદિશના તે જે કદથી ઘેરાતા પૃષ્ઠ પરના પૃષ્ઠ સંકલન જેટલું હોય છે.

$\int_s \vec{J}\cdot\hat{n}\, d\vec{s} = \int_v \nabla\cdot\vec{J}\, dV$

તેથી, $\int_s \vec{J}\cdot\hat{n}\, d\vec{s} = -\frac{\delta}{\delta t}\int_v \rho\, dV$

એટલે કે , $\nabla\cdot\vec{J} = -\frac{\partial\rho}{\partial t}$ ----------(9)

સમીકરણ(૭) વિદ્યુતભારના વહનની બાબત સાથે સંકળાયેલું ખુબ જ અગત્યનું સમીકરણ છે. જેને સાતત્ય સમીકરણ કહે છે. જેનાથી સ્પષ્ટ થાય છે કે હમેશાં વિદ્યુતભાર સંરક્ષણ થાય છે. એટલે કે કોઇપણ કદખંડમાં વિદ્યુતભારની સંખ્યાનો ઘટાડો જે તે સમયની સાપેક્ષે વિદ્યુતભારનો પ્રવાહ રચે છે. આ પરથી કહી શકાય કે જો સમયની સાપેક્ષ વિકલન શૂન્ય હોય તો

$$\frac{\partial\delta}{\partial t} = 0$$

$\vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0$ (સ્થિર સ્થિતિ) $--------(10)$

અથવા $\int_s \vec{J}\, d\vec{s} = 0 \quad ------------(11)$

હવે જો માધ્યમ ઓહ્મના નિયમને અનુસરે તો,

$\vec{J} = \sigma \vec{E}$

પછી આવું પરિણામ મળે,

$\vec{\nabla} \cdot \vec{J} = \sigma \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0$

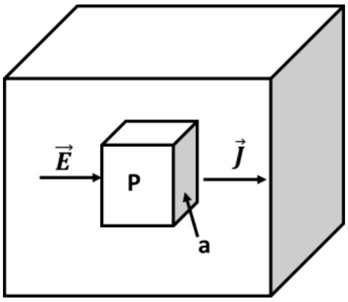
તેથી એવું નિષ્કર્ષ નીકળે કે ગૉસના નિયમને અનુસરે તો વિદ્યુતક્ષેત્ર E નું ડાયવર્જન્સ શૂન્ય થાય. ρ નો લોપ થાય તો લાપ્લાસનુ સમીકરણ સાચું બને. માટે,

$\vec{E} = -\vec{\nabla} \cdot V$

તો લાપ્લાસનુ સમીકરણ ,

$$-\overrightarrow{\nabla^2} V = \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} = 0$$

2.4 કોઇ એક બિંદુ પાસે ઓહ્મનો નિયમ (Ohm's Law at a Point)



આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે સુવાહક પદાર્થોનો એક બ્લોક લો. તેની અંદર P બિંદુએ l લંબાઇ અને a આડછેદવાળા એક નાનો કાલ્પનિક લંબચોરસ લો. જેની વિદ્યુતપ્રવાહ ઘનતા $\vec{J}$ છે જે આકૃતિમાં દર્શાવ્યું છે.

હવે આ નાના બ્લોક પર ઓહ્મનો નિયમ લાગુ પાડતાં,

$$V = i\, R$$

જ્યાં $V =$ બ્લોકના અંત સુધીનો વિદ્યુતસ્થિતિમાનનો તફાવત છે. V વોલ્ટમાં, i એમ્પીયરમાં અને R ઓહ્મમાં છે. R હમેશાં વાહકની જાત અને તાપમાન પર આધારીત છે.

પરંતુ $V = E\,l$, જ્યાં $E =$ વિદ્યુતક્ષેત્ર છે. અને

$J = \frac{i}{a}$

$or \quad i = Ja$

માટે, $El = V = iR = JaR$

$or \quad \vec{J} = \frac{l}{a\,R}\,E - - - - - - - - - - (12)$

પરંતુ અચળ તાપમાને વાહક્નો અવરોધ R તેની લંબાઇને સમપ્રમાણમાં અને આડછેદના ક્ષેત્રફળના વ્યસ્ત પ્રમાણમાં હોય છે.

$R \propto l$ અને $R \propto \frac{1}{a}$

$\therefore\ R \propto \frac{l}{a}$

$\therefore\ R = \rho \frac{l}{a} = \frac{l}{\sigma\,a}$

જ્યાં ρ ને વાહકની કદ અવરોધકતા કહે છે. જેનો એકમ ઓહ્મ-મીટર $(\Omega \cdot m)$ છે.જુદાજુદા વાહકો માટે જુદીજુદી અવરોધકતા હોય છે. σ એ વાહકેની વાહકતા છે. જેનો એકમ $(\Omega^{-1} m^{-1})$ છે. અહીં $a = \pi r^2$ છે.

અથવા $\sigma = \frac{l}{a\,R} - - - - - - - - - - (13)$

સમી. (12) અને (13) પરથી

$\vec{J} = \sigma\,\vec{E} - - - - - - (14)$

જો P ને નાનામાં નાનો ધારીએ તો સમી.(14)નો સંબધ લઇ શકીએ અને P માટે લખી શકીએ.

2.5 વિડમાન અને ફ્રેન્ઝનો નિયમ (Wiedmann and Franz Law):

આપણે જાણીએ છીએ કે તાપમાન વાહકના સારા વાહકો એ વિદ્યુતપ્રવાહના પણ સારા વાહકો હોય છે. વિડમાન અને ફ્રેન્ઝે થીયરીકલી સ્થાપિત કર્યું કે તાપીય વાહકતા અને વિદ્યુતવાહકતા વચ્ચે સંબંધ છે. જો તાપીય વાહકતા σ_hઅને વિદ્યુતવાહકતા σ નો ગુણોતર $\frac{\sigma_h}{\sigma}$ ધાતુના જે તે તાપમાનને સમપ્રમાણમાં હોય છે. જે તે તાપમાને બધી ધાતુઓ માટે સમાન હોય છે.

$$\frac{\sigma_h}{\sigma} = \frac{\frac{3}{2} K^2\,\lambda / m V_{ave}}{n e^2\,\lambda / 2 m V_{ave}} = 3\left(\frac{K}{e}\right)^2 T$$

જ્યાં e ઇલેકટ્રોન વિધુતભાર, K બોલ્ટઝમેન અચળાંક ,

$\frac{\sigma_h}{\sigma} = LT \quad ----------(15)$

જ્યાં L એ સમપ્રમાણતા અચળાંક છે. જેને લોરેન્ટઝ અંક કહે છે.

2.6 રિલેક્સેશન સમય(The Relaxation Time):

કોઇપણ વાહક માધ્યમ માટે સ્થિર વાહક સ્થિતિમાં સાતત્ય સમીકરણ પળાય છે. અને ઓહ્મનો નિયમ પણ પળાય છે.

$\vec{\nabla} \cdot \vec{J} + \frac{\delta\rho}{\delta t} = 0 \;\; and \;\; \vec{J} = \sigma\vec{E}$

બંને સાથે લેતાં,

$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$ (ગૉસના નિયમનું વિકલન સ્વરૂપ)

જ્યાં ρ વિધુતભાર ઘનતા, ϵ_0 શૂન્યાવકાશ માધ્યમની પરમીટીવીટી છે.

સાતત્ય સમીકરણમાં $\vec{J} = \sigma\vec{E}$ મૂકતાં,

$\vec{\nabla} \cdot \sigma\vec{E} + \frac{d\rho}{dt} = 0$

$or \quad \sigma\vec{\nabla} \cdot \vec{E} + \frac{d\rho}{dt} = 0$

$or \quad \frac{\sigma\rho}{\epsilon_0} + \frac{d\rho}{dt} = 0 \;, \; since \; \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$

$or \quad \frac{d\rho}{\rho} = -\frac{\sigma dt}{\epsilon_0}$

ઉપરના સમીકરણનું સંકલન લેતાં,

$\int \frac{d\rho}{\rho} = \log_e \rho = -\int \frac{\sigma}{\epsilon_0} dt$

$= -\frac{\sigma t}{\epsilon_0} + C(cont.)$

$or \quad \log_e \rho = -\frac{\sigma t}{\epsilon_0} + C$

એન્ટીલોગ લેતાં,

$\rho = \exp\left[-\frac{\sigma t}{\epsilon_0} + C\right]$

$or \quad = e^C e^{-\frac{\sigma t}{\epsilon_0}}$

e^Cને ગણતરી કરવા માટે $t = 0$ ત્યારે $\rho = \rho_0$ ચોક્કસ વિજભાર. એટલે કે

$$e^C = \rho_0$$

માટે , $\rho = \rho_0 e^{-\frac{\sigma t}{\epsilon_0}}$ $\quad ----------(16)$

આમ, વિદ્યુતભાર ઘનતા ρ નું $\frac{1}{e}$ માં ભાગનું મૂલ્ય માટે લાગતો સમય $\frac{\epsilon_0}{\sigma}$ ને રિલેક્સેશન સમય કહે છે.

2.7 ઉદાહરણો(Examples)

1.એક વાહકમાંથી વહેતો વિદ્યુતપ્રવાહ સમય t પર નીચે મુજબ આધારિત છે.

$I = I_0 + \beta t$, જ્યાં $I_0 = 5A$ અને $\beta = 2AS^{-1}$ તો વાહકના કોઇ આડછેદમાંથી $1\,sec$ માં પસાર થતો વિદ્યુતભાર શોધો.

$I = \frac{dQ}{dt}$

$dQ = I\,dt$

$Q = \int t\,dt$

$Q = \int_0^{I_0} [I_0 + \beta t] dt = \left[I_0 t + \beta \frac{t^2}{2} \right]_0^{I_0}$

$= I_0 t_0 + \frac{\beta t_0^2}{2}$

$= 5 \times 1 + \frac{2 \times 1^2}{2} = 5 + 1 = 6C$

2. ત્રિજ્યાવાળા નળાકારીય તારમાં તારની અક્ષને સમાંતર વિદ્યુતપ્રવાહ ઘનતા $J = J_0 \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)$ છે. તો તારની અક્ષને લંબ આડછેદમાંથી વહેતો કુલ પ્રવાહ ગણો.

આડછેદ પર જાડાઇ dr અને r ત્રિજ્યાવાળી રીંગ ધારીએ.

આ રીંગમાંથી પસાર થતો વિદ્યુતપ્રવાહ

$dI = 2\pi r dr J_0 \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)$

$\therefore \quad I = 2\pi J_0 \int_0^R \left(r - \frac{r^2}{R^2}\right) dr$

$= 2\pi J_0 \left(\frac{R^2}{2} - \frac{R^4}{4R^2}\right)$

$= 2\pi J_0 R^2 \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right) = \frac{\pi J_0 R^2}{2}$

3. $\mathbf{0.01\mu^2}$આડછેદનું ક્ષેત્રફળ ધરાવતા $\mathbf{10km}$ લાંબા તાંબાના તારનો અવરોધ શોધો. તારની અવરોધકતા $= \mathbf{1.7\times 10^{-8}\Omega m}$

$$\varrho R = \frac{l}{A} = \frac{1.7\times 10^{-8}\times 10\times 10^{3}}{10^{-2}\times 10^{-6}} = 1.7\times 10^{4}\Omega$$

4. $\mathbf{0.7A}$ વિદ્યુતપ્રવાહનું વહન કરતા વાહક તારના કોઇ પણ આડછેદમાંથી $\mathbf{1s}$ મા કેટલા ઇલેક્ટ્રોન પસાર થતા હશે? ઇલેક્ટ્રોનનો વિધુતભાર $\mathbf{e = 1.6\times 10^{-19}C}$

$I = 0.7A$ એટલે કે $Q = 0.7Cs^{-1}$ જ્યાં $Q =$ એક સેકન્ડમાં પસાર થતો વિધુતભાર છે.

હવે એક ઇલેક્ટ્રોન પર વિધુતભાર $e = 1.6\times 10^{-19}C$ હોય છે. જો એક સેકન્ડમાં n ઇલેક્ટ્રોન ઓઅસાર થતા હોય તો,

$$Q = ne$$
$$\therefore n = \frac{Q}{e} = \frac{0.7}{1.6\times 10^{-19}} = 4.4\times 10^{18}$$

5.જો કોઇ વાયરમાંથી $\mathbf{45min}$ માં $\mathbf{0.6\,mol}$ ઇલેક્ટ્રોન પસાર થતા હોય તો $(\mathbf{1})$ વાયરના આડછેદમાંથી પસાર થતો વિધુતભાર અને $(\mathbf{2})$ પ્રવાહનું મૂલ્ય શોધો.

$$1\,mol\ \text{ઇલેક્ટ્રોન} = 6.02\times 10^{23}\text{ઇલેક્ટ્રોન}$$
$$\therefore Q = 0.6\times 6.02\times 10^{23}\times 1.6\times 10^{-19} = 5.8\times 10^{4}C$$
$$t = 45\,mim = 45\ \times 60\ s$$
$$\therefore I = \frac{Q}{t} = \frac{5.8\times 10^{4}}{45\times 60} = 21.48\ A$$

6. કોઇ એક બિંદુ પાસે વિધુતપ્રવાહ ઘનતા $\mathbf{2x\hat{\imath} + 3y\hat{\jmath} + 4z\hat{k}\ A/m^2}$ વડે આપવામાં આવે છે. આ બિંદુ પાસે વિધુતભાર ઘનતામાં થતા સમય સાથેના ફેરફારના દરનું મૂલ્ય શોધો.

$\nabla\cdot\vec{J} = -\frac{\partial\rho}{\partial t}$

$\therefore\ \frac{\partial}{\partial x}2x + \frac{\partial}{\partial y}3y + \frac{\partial}{\partial z}4z = -\frac{\partial\rho}{\partial t}$

$\therefore 2+3+4 = 9 = -\frac{\partial\rho}{\partial t}$

$\therefore\ \frac{\partial\rho}{\partial t} = q\ \frac{C}{m\,s} = 9\ Am^{-3}$

7.50 cm લંબાઇ અને $\boldsymbol{10^{-2} cm^2}$ આડછેદ ધરાવતા વાહક તારના બે છેડા વચ્ચે લાગુ પાડેલ વિદ્યુતસ્થિતમાન 2 વૉલ્ટ છે. જ્યારે તારમાંથી 0.25 એમ્પીયરનો પ્રવાહ પસાર થાય ત્યારે

(i) વાહકતારમાં ઉદભવતું વિદ્યુતક્ષેત્ર $\vec{E}$ (ii)વિદ્યુતપ્રવાહ ઘનતા $\vec{J}$ (iii) તારની ધાતુની વાહકતા ગણો.

(i)તારમાં મળતું વિદ્યુતક્ષેત્ર $\vec{E} = \frac{V}{l} = \frac{2}{50\times10^{-2}} = 4\, volt/m$

(ii) વિદ્યુતપ્રવાહ ઘનતા $\vec{J} = \frac{I}{A} = \frac{0.25}{10^{-8}} = 25\times10^6\, amp/m^2$ $(\because 10^{-2}cm^2 = 10^{-8}m^2)$

(iii) ધાતુની વિદ્યુતવાહકતા $\sigma = \frac{\vec{J}}{\vec{E}} = \frac{25\times10^6}{4} = 6.25\times10^5 amp/volt\cdot m$

8. એક વાહક તારમાં $\boldsymbol{1cc}$ કોપર છે. જેનો વ્યાસ $\boldsymbol{0.32mm}$ છે. અને વિશિષ્ટ અવરોધ $\boldsymbol{159\times10^{-6}\Omega m}$ છે. તો તેનો અવરોધ શોધો.

વાહકની ત્રિજ્યા $r = \frac{d}{2} = \frac{0.32}{2} = 0.16\, mm = 0.016cm$

વાહકની લંબાઇ $l = \frac{V}{\pi r^2} = \frac{1}{3.14\times(0.016)^2}$

$$\therefore\ R = \frac{\delta l}{A} = \frac{1.56\times10^6}{3.14\times(0.016)^2\times3.14\times(0.016)^2} = 2.46\,\Omega$$

9. 1mm વ્યાસ ધરાવતી ચાંદીના તારની વક્ર આર્ચમાં 1 કલાક 15 મિનીટમાં 90 કુલંબ વિદ્યુતભાર પસાર થાય છે. તો (i) તારમાં વિદ્યુતપ્રવાહ (ii) વિદ્યુતપ્રવાહ ઘનતા $\vec{J}$ શોધો.

(i)1 કલાક અને 15 મિનીટ $= 4500\, sec$

$\therefore$ વિદ્યુતપ્રવાહ $= I = \frac{q}{t} = \frac{90}{4500} = 0.02\, amp$

(ii) વિદ્યુતપ્રવાહ ઘનતા $\vec{J} = \frac{I}{A} = \frac{I}{\pi r^2} = \frac{0.02}{3.14\times(0.005)^2} = 2.55\times10^4 A/m^2$

2.8. સ્વાધ્યાય(Exercise)

No.	4 માર્ક્સ(ગુણ) ના પ્રશ્નો
1	વીજપ્રવાહનું ઘનતા પર ટૂંકનોંધ લખો.
2	વિદ્યુતપ્રવાહ અને વિદ્યુતપ્રવાહઘનતા સવિસ્તાર સમજાવો.
3	રીલેક્ષેશન સમય વિશે સમજાવો.
4	વિદ્યુતભારનું સંરક્ષણ સમજાવી તે માટેનું સાતત્ય સમીકરણ મેળવો.
5	રિલેક્સેશન સમય માટે $\rho = \rho_0 e^{\frac{-\sigma t}{\varepsilon_0}}$ સમીકરણ મેળવો.
6	વિદ્યુતપ્રવાહ ઘનતા $(\vec{J})$સમજાવો.તથા $\vec{J} = \sigma\vec{E}$ સંબંધ મેળવો.

No.	1 માર્ક્સ(ગુણ) ના પ્રશ્નો.	જવાબ
1	વીજપ્રવાહ ઘનતા .... રાશિ છે. (સદિશ/અદિશ/ એકમ રહિત)	સદિશ
2	1.અવરોધકતાનો એકમ લખો. 2. અવરોધકતાનો એકમ........ છે. (a)ઓહ્મ-મીટર(b)ઓહ્મ/મીટર(c)મીટર/ઓહ્મ (d)ઓહ્મ	(a)
3	વીજપ્રવાહનો એકમ ....છે.(વોલ્ટ/જૂલ /એમ્પિયર)	એમ્પિયર
4	પરમીટીવીટી શું છે ?	
5	2.46Ω અવરોધવાળા વાહક તારનો વ્યાસ $0.32\,mm$ તથા વિશિષ્ટ અવરોધ $159 \times 10^{-6}\Omega m$હોય તો તેનું કદ .... હોય. (a)$1m^3$ (b) $2m^3$ (c) $1cm^3$ (d) $2cm^3$	(c)
6	વિડમાન-ફ્રેઝના નિયમ મુજબ કોઇપણ ધાતુ માટે તાપીય વાહકતા અને વિદ્યુતવાહકતા વચ્ચેનો ગુણોતર.......... ને સમપ્રમાણ હોય છે ? (a)દબાણ (b)તાપમાન (c)ક્ષેત્રફળ (d)અવરોધકતા	(b)

7	વાહકની વિદ્યુતભાર ઘનતાનું $\frac{1}{e}$ મૂલ્ય થવા માટે લાગતા સમયગાળાને શું કહે છે? (a)આવર્તકાળ (b)સેકન્ડ (c)રીલેક્ષેશન સમય (d)એકેય નહીં	(c)
8	ઓહમના નિયમ મુજબ $\sigma =$ ____ (a) $\frac{J}{E}$ (b) $\frac{J}{\rho}$ (c) $\frac{\vec{J}}{\vec{E}}$ (d)$divJ$	(c)
9	રીલેક્સેશન સમય .... નો ગુણોતર છે. (a)$\frac{\epsilon_0}{\sigma}$ (b) $\frac{\sigma}{\epsilon_0}$ (c) $\frac{\mu_0}{\sigma}$ (d) $\frac{\sigma}{\mu_0}$	(a)
10	વિશિષ્ટ અવરોધ ની વ્યાખ્યા આપો.	
11	એક એમ્પીયર = ... (a) $\frac{\text{વોલ્ટ}}{\text{સે.}}$ (b) $\frac{\text{કુલંબ}}{\text{સે.}}$ (c) $\frac{\text{વેબર}}{\text{સે.}}$ (d) $\frac{\text{કુલંબ}^{૨}}{\text{સે.}^{૨}}$	(b)
12	સાતત્ય સમીકરણ મુજબ $div\,\vec{J} = - - - - -$ (a) $\frac{\partial \rho}{\partial t}$ (b)$\frac{\partial J}{\partial t}$ (c) $-\frac{\partial \rho}{\partial t}$ (d)$-\frac{\partial J}{\partial t}$	(c)
13	રીલેક્શેશન સમય........ નો ગુણોતર છે. (a)$\frac{\text{પરમીટીવીટી}}{\text{ક્ષેત્રફળ}}$ (b) $\frac{\text{પરમીટીવીટી}}{\text{વાહકતા}}$ (c) $\frac{\text{પરમાટીવીટી}}{\text{કદ}}$ (d) $\frac{\text{પરમીટીવીટી}}{\text{સમય}}$	(b)
14	વાક્હકની વિદ્યુતભાર ઘનતાનું .... મૂલ્ય થવા માટે લાગતા સમયગાળાને રીલેક્શેશન સમય કહે છે. (a)$\frac{1}{K}$ (b)$\frac{1}{\epsilon_0}$ (c) $\frac{1}{\mu}$ (d) $\frac{1}{e}$	(d)
15	$\vec{J} = \sigma\,\vec{E}$ એ (a)ઓહ્મના નિયમની જ રજૂઆત છે. (b)કુલંબના નિયમની વિશિષ્ઠ રજૂઆત છે. (c)વિદ્યુતભારનું સંરક્ષણ દર્શાવે છે. (d)ઉપરનામાંથી એક પણ નહીં.	(a)
16	સાતત્ય સમીકરણ ....છે. (a)$\nabla \cdot \vec{I} = \frac{\partial \varrho}{\partial t}$ (b))$\nabla \cdot \vec{J} = \frac{\partial \varrho}{\partial t}$ (c) $\nabla^2 = 0$ (d) $\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\varrho}{\epsilon_0}$	(b)
17	સાચું વિધાન પસંદ કરો.	(c)

(a) વિદ્યુતપ્રવાહ અને વિદ્યુતપ્રવાહ ઘનતા અદિશ છે.

(b) વિદ્યુતપ્રવાહ અને વિદ્યુતપ્રવાહ ઘનતા સદિશ છે.

(c)વિદ્યુતપ્રવાહ અદિશ છે પણ વિદ્યુતપ્રવાહ ઘનતા સદિશ છે.

(d)વિદ્યુતપ્રવાહ સદિશ છે, જ્યારે વિદ્યુતપ્રવાહ ઘનતા અદિશ છે.

18 વિદ્યુતપ્રવાહ ઘનતાના સદિશની દિશા .... (b)

(a)જમણા હાથના સ્ક્રૂના નિયમ પરથી મળે છે.

(b)જે તે બિંદુ પાસે પ્રવાહની દિશામાં હોય છે.

(c)જે તે બિંદુ પાસે આડછેદ દર્શાવતા સદિશની દિશામાં હોય છે.

(d)સગવડ ભરેલી દિશામાં લઇ શકાય.

19 કોઇ એક બિંદું પાસે વિદ્યુતપ્રવાહ ઘનતા $2x\hat{\imath} + 3y\hat{\jmath} + 4z\hat{k}\ A/m^2$ વડે આપવામાં આવે છે આ બિંદું પાસે વિદ્યુતભાર ઘનતામાં થતા સમય સાથેના ફેરફારના દરનું મૂલ્ય શોધો. (a)

(a)9 Am^{-3} (b) $4.5Am^{-3}$ (c) $18Am^{-3}$ (d)ઉપરનામાંથી એક પણ નહીં

20 સ્થિર વિદ્યુતના કિસ્સામાં .... પણ અને (c)

(a)$\nabla \cdot \vec{J} \neq 0,$ પણ $\nabla \cdot \vec{E} = 0$ (b) $\nabla \cdot \vec{J} = 0$ પણ $\nabla \cdot \vec{E} \neq 0$

(c) $\nabla \cdot \vec{J} = 0$ અને $\nabla \cdot \vec{E} = 0$ (d) $\nabla \cdot \vec{J} \neq 0$ અને $\nabla \cdot \vec{E} \neq 0$

21 કોઇ બિંદુ પાસે ઓહ્મનો નિયમ નીચેના સૂત્ર વડે રજૂ કરી શકાય. (a)

(a)$\vec{J} = \sigma\vec{E}$ (b) $\vec{E} = \sigma\,\vec{J}$ (c) $\vec{E} = \sigma V$ (d) $V = \vec{\sigma} \cdot \vec{E}$

22 નાચેનામાંથી લાપ્લાસનું સમીકરણ કયું છે ? (b)

(a)$\nabla \cdot V = 0$ (b) $\nabla^2 V = 0$ (c) $\nabla^2 \vec{E} = 0$ (d) $\nabla \times \vec{E} = 0$

23 વિડમાન-ફ્રેઝના નિયમમાં .... (d)

(a)લેટિસ ઉષ્મા વાહકતા આવે છે.

(b)લેટિસ + ઇલેક્ટ્રોનિક ઉષ્મા વાહકતા આવે છે.

(c)કોઇ ઉષ્મા વાહકતા આવતી જ નથી.

(d)માત્ર ઇલેકટ્રોનિક ઉષ્મા વાહકતા આવે છે.

24 વિડમાન-ફ્રેઝના નિયમ અનુસાર " સુવાહકો માટે ઇલએટ્રોનિક ઉષ્મા વાહકતા અને વિધુતવાહકતાનો ગુણોતર વાહકના નિરપેક્ષ ...." (c)

(a)તાપમાનના વર્ગના સમપ્રમાણમાં હોય છે.

(b)તાપમાનના વ્યસ્ત પ્રમાણમાં હોય છે.

(c)તાપમાનના સમપ્રમાણમાં હોય છે.

(d)તાપમાન પર આધાર રાખતો નથી.

25 વિડમાન-ફ્રેઝના નિયમમાં આવતો અચળાંક ....નો અચળાંક કહેવાય છે. (c)

(a) ફેરેડે (b) મેક્સવેલ (c) લોરેન્ટ્ઝ (d) બોલ્ટ્ઝમેન

26 વિડમાન-ફ્રેઝના નિયમમાં આવતો લોરેન્ટ્ઝ અચળાંક $L =$ ___ (b)

(a)$\frac{3}{2}\left(\frac{k_B}{e}\right)$ (b) $\frac{3}{2}\left(\frac{k_B}{e}\right)^2$ (c) $\frac{2}{3}\left(\frac{k_B}{e}\right)^2$ (d) $\frac{3}{2}\left(\frac{k_B}{e}\right)^{1/2}$

27 રીલેક્શેશન સમય $t_r =$ _____ (a)

(a)$\frac{\sigma}{\epsilon_0}$ (b) $\frac{\varrho}{\epsilon_0}$ (c)$\frac{\sigma}{\epsilon}$ (d) $\& \varrho\ 0$

No. 3 માર્ક્સ(ગુણ) ના પ્રશ્નો

1 વિડમાન-ફ્રેન્ઝનો નિયમ સમજાવો.

2 $1.0 cm^2$ આડછેદવાળા ધાતુના તારમાં 100 એમ્પિયર વિધુતપ્રવાહ પસાર કરવામાં આવે છે. વિધુતક્ષેત્રની તીવ્રતા શોધો. (તારની અવરોધકતા= $1.7 \times 10^{-8} ohm.meter$)

No. 2 માર્ક્સ(ગુણ) ના પ્રશ્નો

1 વિડમાન-ફ્રેન્ઝ નો નિયમ લખો.

2 પ્રવાહઘનતા અને વિધુતભાર ઘનતાની વ્યાખ્યા લખો.

3 એક વાહકમાંથી વહેતો વિદ્યુતપ્રવાહ સમય t પર નીચે મુજબ આધારિત છે. $I = I_0 + \beta t$ જ્યાં $I_0 = 5A$ અને $I_0 = 5A$ હોયતો વાહકના કોઇ આડછેદમાંથી 1 સેકન્ડમાં પસાર થતો વિદ્યુતભાર શોધો.